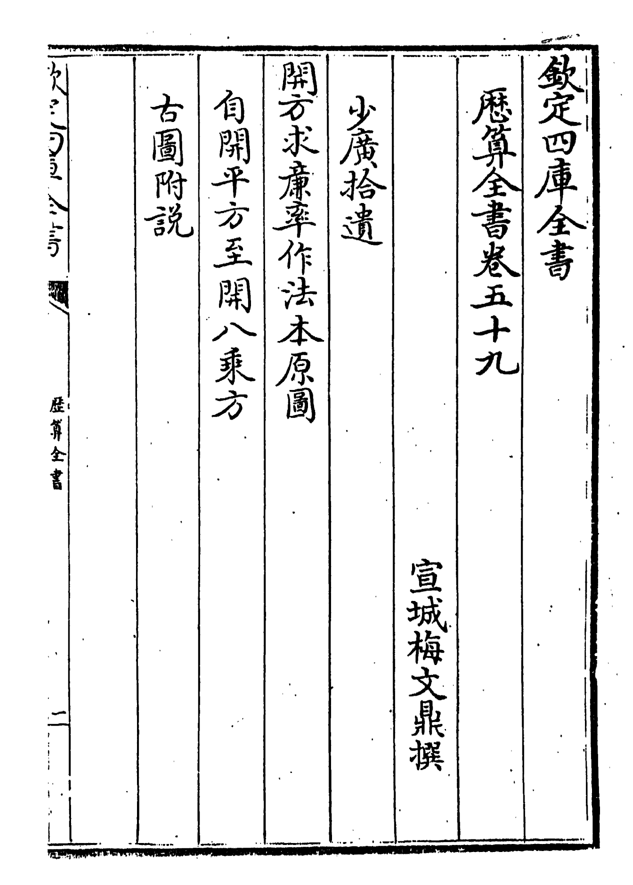
四庫全書

子部

少廣拾遺序

少廣爲九章之一其開平方法爲薄海内外測量家所需非隸首不能作也平方而外有立方以爲鑿築土方之用課工作者猶能言之若三乘方以上知之者葢已尠矣嘗見九章比類歷宗算會算法統宗俱載有開方作法本原之圖而僅及五乘並無算例同文算指稍變其圖具七乘方算法而不適於用詮釋不無譌誤西鏡録演其圖爲十乘方而舉數僅詳平立三乘一式而已

餘皆未及康熙壬申余在都門有友人傳遠問屬詢四乘方十乘方法葢諸乘方法獨此二端不可以借用他法而問者及之竊喜朋儕中固自有留心學問之人遂稍取古圖紬繹發其指趣爲作十二乘方算例頗覺詳明然後知今日所用開平方法迺算數家徑捷之用而不及古圖之簡括精深也宣城梅文鼎



欽定四庫全書

歷算全書卷五十九

宣城梅文鼎撰

少廣拾遺

開方求廉率作法本原圖

自開平方至開八乘方

古圖附說

右為隅算

本積

左為積數

一

一 一 商除

廉

一 二 一 平方

一 三 三 一 立方

一 四 六 四 一 三乘方

一 五 十 十 五 一 四乘方

一 六 十五 二十 十五 六 一 五乘方

一 七 二十一 三十五 三十五 二十一 七 一 六乘方

一 八 二十八 五十六 七十 五十六 二十八 八 一 七乘方

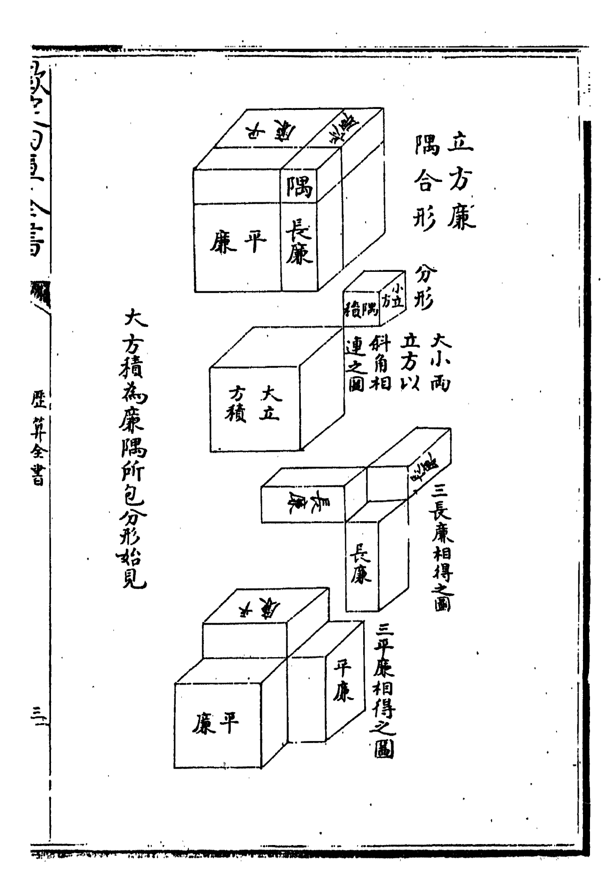
一 九 三十六 八十四 一百二十六 一百二十六 八十四 三十六 九 一 八乘方

圖最上書一者本數也本數者即大方也大方無隅無乘除之可言而數從此起也次並列一一者方邊也兩法謂之根數即一十一也左一即本數因有次商而進位成一十為初商之根右單一為次商之根既有根數即有平冪故第三層一二一者冪積也兩法謂之面即一百二十一也左一百為初商自乘之冪即大方積也右單一為次商自乘之冪即隅積也小平方也中二十則兩廉積也並長方也

總圖

如圖大小兩方冪以一角相聯必得兩廉以輔之而其方始全故平方廉積二也

第四層三三者立方積也西法謂之體積即一千三百三十一也左一千初商再乘之積大立方也右單一為次商再乘之積隅積也小立方也中三百三十皆廉積也三百為三平廉積扁立方也三十為三長廉積長立方也


立方廉隅合形
平廉
隅
長廉
分形
小立方
隅積
大小兩立方以斜角相連之圖
大立方積
大方積為廉隅所包分形始見
三長廉相得之圖
長廉
三平廉相得之圖
平廉

如圖析觀之則初商大立方體與次商隅積小立方體相連於一角必得三平廉之扁立方體補於大立方之三面又有三長廉之長立方體補於小立方之三面及三平廉之隙而方體始全故立方之廉積有二等而其數各三也

第五層一四六四一者三乘方也即一萬四千六百四十一也左一萬者大三乘方也初商方積也右單一者小三乘方也次商隅積也大方積既以三乘之故而積陞至萬小

隅雖三乘仍單一也其相隅已三位故必有第一廉舊名方法為千數第二廉舊名上廉為百數第三廉舊名下廉為十數以補之其數始足其理亦如平方立方也三乘方以上不可為圖諸書有強為之圖者非也然其理則有可言者焉以其相生之序言之則皆加一算法也初商次商如十與一而其冪則如百與一故于一一之下各加一一即成一二一如十一之自乘也此平方率也又以十一乘之成一二一
一二一即立方率也又以一十乘之成一三三一
一三三一即三乘方率四乘以

上準此加之皆加一法也曰若是則諸乘方皆以十一遞乘而得非十一者何以處之曰根非十一而其理皆如十與一何則凡增一乘積陞一等而亦增一廉廉與廉之積亦皆如十與一也

冪音覓周禮冪人掌共巾冪說文覆也開平方四邊俱等中函縱横之積亦如覆物之巾有經緯縷文故謂之冪亦謂之面冪同工省文也見張參五經文字箕書或小寫作幂

廉率立成

自開平方至開十二乘方

平方：二

立方：三　三

三乘方：四　六　四

四乘方：五　十　十　五

五乘方：六　十五　二十　十五　六

六乘方：七　二十一　三十五　三十五　二十一　七

七乘方：八　二十八　五十六　七十　五十六　二十八　八

八乘方：九　三十六　八十四　一百二十六　一百二十六　八十四　三十六　九

九乘方：十　四十五　一百二十　二百一十　二百五十二　二百一十　一百二十　四十五　十

十乘方：十一　五十五　一百六十五　三百三十　四百六十二　四百六十二　三百三十　一百六十五　五十五　十一

十一乘方：十二　六十六　二百二十　四百九十五　七百九十二　九百二十四　七百九十二　四百九十五　二百二十　六十六　十二

十二乘方：十三　七十八　二百八十六　七百一十五　一千二百八十七　一千七百一十六　一千七百一十六　一千二百八十七　七百一十五　二百八十六　七十八　十三

一廉　二廉　三廉　四廉　五廉　六廉　七廉　八廉　九廉　十廉　十一廉　十二廉

廉率立成附說

凡開方一位除盡者無廉隅也廉隅皆生於次商次商之根必小于初商一等而其小隅之體勢必與初商之大方同狀如再乘之隅即小立方三乘方之隅即小三乘方此可借初商表而降等求之不必更立隅法也廉法則不然每增一乘則廉增一等如平方但有廉立方則有平廉長廉三乘方則有三種廉四乘方則有四種廉其廉之等並與其乘而廉亦加多如平方只二廉立方則平廉長廉各三三乘方則三種廉共有數同增十四乘以上則更增而多如圖所列此廉率所由立也

問廉既有等如平方廉為十立方廉為十為百之類而令廉率只作單數用何也曰此廉之數也非廉之積也廉積有等則既於其次序分之矣挨次乘之其等自見如第一廉必小于初商大方一等第二廉又小一等其最末之廉必大于小隅一等各乘方皆如是若同一等中應各有若干廉必先知之而後可用故立成中所列皆單數

問古圖以右為隅法其序自左而右令廉率之序自右而左何也曰既皆作單數用則左右一也令依筆算自右而左便於取用故也廉法相生之序左右同數如立方平廉三長廉亦三也三乘方

第一廉第四第三廉亦四也其近大方有若干廉則其近
小隅亦有若干廉故左右並同可以左為初商大方右
為小隅亦可以右為大方而左
為小隅此亦見古圖之妙也

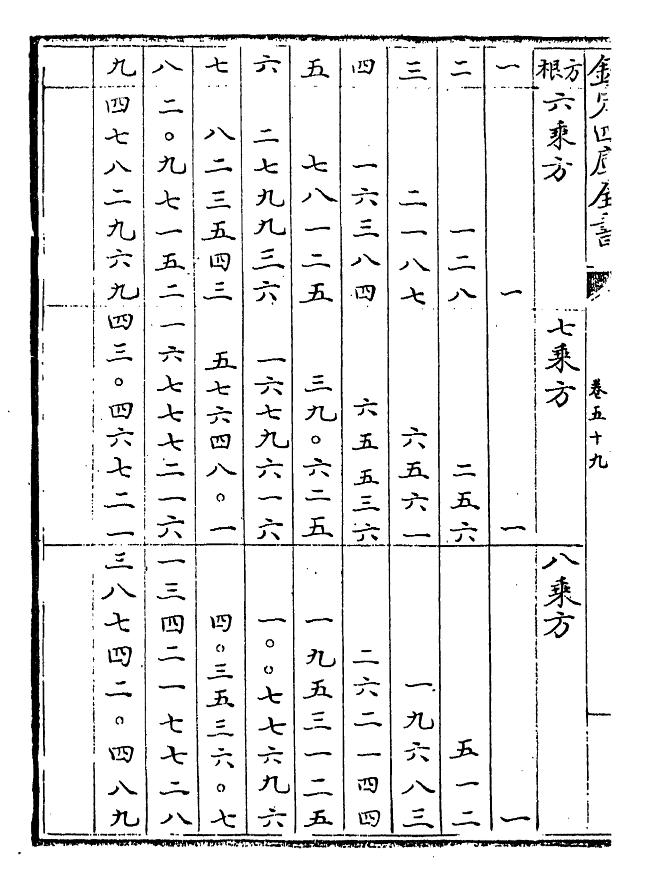
問舊有方法廉法之目令槩曰廉法何也曰開方法有方有廉有隅其初商自乘即方也次商自乘即隅也方與隅之間次商初商相乘而得者皆廉也舊以立方之平廉有似扁方故名之方法而三乘方因之遂又有上廉下廉之目故不如一切去之但以一二三四為序較畫一耳

問平方之廉皆平冪也立方之平廉長廉皆體積也不知三乘方以上之廉積亦能與方隅並狀乎曰凡諸乘方之廉積無不與方隅之乘數等也試以三乘方言之其第一廉有四皆初商之再乘積而又以次商根乘之是三乘也其第二廉有六皆初商自乘之平冪也而又以次商之平冪乘之第三廉有四皆初商之根數而又以次商之立積乘之皆三乘也又以四乘方言之其第一廉有五皆初商三乘積也又乘次商根是四乘也其

第二廉有十皆初商再乘積也又以乘次商冪亦四乘也其第三廉亦十皆初商冪積也又以乘次商再乘積其第四廉有五皆初商根也又以乘次商之三乘積皆四乘也五乘方以工俱如是觀後算例自明

初商表各以再上點截為初商實查表減積而得方根即初商數也

方根	平方一乘	立方再乘	三乘方	四乘方	五乘方
一	一	一	一	一	一
二	四	八	一六	三二	六四
三	九	二七	八一	二四三	七二九
四	一六	六四	二五六	一〇二四	四〇九六
五	二五	一二五	六二五	三一二五	一五六二五
六	三六	二一六	一二九六	七七七六	四六六五六
七	四九	三四三	二四〇一	一六八〇七	一一七六四九
八	六四	五一二	四〇九六	三二七六八	二六二一四四
九	八一	七二九	六五六一	五九〇四九	五三一四四一



方根	六乘方	七乘方	八乘方
一	一	一	一
二	一二八	二五六	五一二
三	二一八七	六五六一	一九六八三
四	一六三八四	六五五三六	二六二一四四
五	七八一二五	三九〇六二五	一九五三一二五
六	二七九九三六	一六七九六一六	一〇〇七七六九六
七	八二三五四三	五七六四八〇一	四〇三五三六〇七
八	二〇九七一五二	一六七七七二一六	一三四二一七七二八
九	四七八二九六九	四三〇四六七二一	三八七四二〇四八九

方根	九乘方	十乘方
一	一	一
二	一〇二四	二〇四八
三	五九〇四九	一七七一四七
四	一〇四八五七六	四一九四三〇四
五	九七六五六二五	四八八二八一二五
六	六〇四六六一七六	三六二七九七〇五六
七	二八二四七五二四九	一九七七三二六七四三
八	一〇七三七四一八二四	八五八九九三四五九二
九	三四八六七八四四〇一	三一三八一〇五九六〇九

方根	十一乘方	十二乘方
一	一	一
二	四〇九六	八一九二
三	五三一四四一	一五九四三二三
四	一六七七七二一六	六七一〇八八六四
五	二四四一四〇六二五	一二二〇七〇三一二五
六	二一七六七八二三三六	一三〇六〇六九四〇一六
七	一三八四一二八七二〇一	九六八八九〇一〇四〇七
八	六八七一九四七六七三六	五四九七五五八一三八八八
九	二八二四二九五三六四八一	二五四一八六五八二八三二九

諸乘方進位例

	根一	一〇	一〇〇
平方	積一	一〇〇	一〇〇〇〇
立方	一	一〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
三乘方	一	一〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇
四乘方	一	一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五乘方	一	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
六乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
七乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
九乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

十乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十一乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十二乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

諸乘方根同而積不同本易知也惟根之一者積同為一似乎無别矣然有冪積之一有體積之一有三乘以上諸乘方之一雖曰積同為一其實不同也今以方根之為單一為一十為一百者為例如右

初商又表

方根	一乘方（平方積　面）	再乘方（立方積　體）	三乘方	四乘方
一○	一○○	一○○○	一○○○○	一○○○○○
二○	四○○	八○○○	一六○○○○	三二○○○○○
三○	九○○	二七○○○	八一○○○○	二四三○○○○○
四○	一六○○	六四○○○	二五六○○○○	一○二四○○○○○
五○	二五○○	一二五○○○	六二五○○○○	三一二五○○○○○
六○	三六○○	二一六○○○	一二九六○○○○	七七七六○○○○○
七○	四九○○	三四三○○○	二四○一○○○○	一六八○七○○○○○
八○	六四○○	五一二○○○	四○九六○○○○	三二七六八○○○○○
九○	八一○○	七二九○○○	六五六一○○○○	五九○四九○○○○○

方根	五乘方	六乘方	七乘方	八乘方
一〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二〇	六四〇〇〇〇〇〇	一二八〇〇〇〇〇〇〇	二五六〇〇〇〇〇〇〇〇	五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三〇	七二九〇〇〇〇〇〇	二一八七〇〇〇〇〇〇〇	六五六一〇〇〇〇〇〇〇〇	一九六八三〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四〇	四〇九六〇〇〇〇〇〇	一六三八四〇〇〇〇〇〇〇	六五五三六〇〇〇〇〇〇〇〇	二六二一四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五〇	一五六二五〇〇〇〇〇〇	七八一二五〇〇〇〇〇〇〇	三九〇六二五〇〇〇〇〇〇〇〇	一九五三一二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
六〇	四六六五六〇〇〇〇〇〇	二七九九三六〇〇〇〇〇〇〇	一六七九六一六〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇
七〇	一一七六四九〇〇〇〇〇〇	八二三五四三〇〇〇〇〇〇〇	五七六四八〇一〇〇〇〇〇〇〇〇	四〇三五三六〇七〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八〇	二六二一四四〇〇〇〇〇〇	二〇九七一五二〇〇〇〇〇〇〇	一六七七七二一六〇〇〇〇〇〇〇〇	一三四二一七七二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇
九〇	五三一四四一〇〇〇〇〇〇	四七八二九六九〇〇〇〇〇〇〇	四三〇四六七二一〇〇〇〇〇〇〇〇	三八七四二〇四八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇

九乘方	十乘方	十一乘方	十二乘方
一	一	一	一
一○二四	二○四八	四○九六	八一九二
五九○四九	一七七一四七	五三一四四一	一五九四三二三
一○四八五七六	四一九四三○四	一六七七七二一六	六七一○八八六四
九七六五六二五	四八八二八一二五	二四四一四○六二五	一二二○七○三一二五
六○四六六一七六	三六二七九七○五六	二一七六七八二三三六	一三○六○六九四○一六
二八二四七五二四九	一九七七三二六七四三	一三八四一二八七二○一	九六八八九○一○四○七
一○七三七四一八二四	八五八九九三四五九二	六八七一九四七六七三六	五四九七五五八一三八八八
三四八六七八四四○一	三一三八一○五九六○九	二八二四二九五三六四八一	二五四一八六五八二八三二九

方根
一○
二○
三○
四○
五○
六○
七○
八○
九○

因有續商故方根以十數見例方積以尾。定位無

次商者去尾。用之則方根只為單數

方廉隅乘法圖

以三乘方舉例

方積	第一廉	第二廉	第三廉	隅積
初商根	初商根	初商根	初商根	次商三乘
初商自乘	初商自乘	初商自乘	次商再乘	次商再乘
初商再乘	初商再乘	次商自乘	次商自乘	次商自乘
初商三乘	次商根	次商根	次商根	次商根

凡方積皆初商自乘如三乘方即自乘三遍

凡隅積皆次商自乘其自乘若干遍一如初商

凡廉積皆初商與次商相乘

但近大方者初商乘之遍數多
如第一廉用初商立積二廉則初商
寡遞減以至三廉則初商只用根
近小隅者次

商乘之遍數多如第一廉只用次商根第二廉則次商亦用冪三廉則遞加而用次商立

積各乘方皆如是

開諸乘方大法

諸乘方法惟平方為用最多因有專法今自平方立方推之三乘以上至於多乘而通為一法是為大法諸乘方大法可以開平方而平方專法不可以開諸乘方

總法　凡諸乘方皆先列實　次作點分段　次查表以定初商　次求廉隅以定續商

列實之法　依勿菴筆算作平行兩直線以設積紀于右直線之右皆自上而下至單數止無單數者作○存

其位

作點分段之法　皆于原積末位單數作一點起凡減隅積必至單位故分段之法以此為宗同文算指但言起末位殊混依各乘方宜以若干位為一段即隔若干位點之或作實點、或作虛點、俱可然虛點尤便以減商積時有借上位之點免淩雜也如平方以每兩位為一段則隔一位點之立方以三位為一段則隔兩位點之乃至十二乘方以十三位為一段則隔十二位點之並同一法

謹案作點分段其用有二一以定開方有若干次也如

有一點則只開一次有兩點則開二次三點則開三次之類一以定開方所得為何等數也如只有一點則初商即單數二點則初商是十數三點則初商是百數之類是故初商減積必至於最上點而止也次商減積必至于次點而止也每開一次必減積一次而所減之數必各盡于其作點之位亦可以驗開方之無誤也又最上點以上初商實也次點以上次商實也每商皆以點位截實此法於初商尤為扼要

又案開方分段古人舊法之精錢塘吴信民九章比類山陰周述學歷宗算會悉著其說而同文算指西鏡錄本其意以作點定之施於筆算為極善也鼎于三十年前見同文算指作點之法驚嘆其奇後讀諸書始知其有所祖述非西人創也

初商之法　皆以最上一點截原積若干位為初商實

乃查初商表視本乘方下數有與實相同或較小於實者錄之紀于左線之左皆以末數末位對右線上原實最上點紀之是為初商應減之積　即于本表旁行查方根紀于左線之

右皆對所紀表數首位進一位紀之是為初商數

以初商應減之積左行所紀與初商實右行最上點所截原實對位相

減皆以左減右須依筆算從小數減起如左行減數大右行實數反小而不及減則作點于上一位借十數減之

減不盡者為餘實以待續商

凡原實有二點則初商為十數而有次商有三點初商

為百數而有次商及三商以上倣論如實只一點則初

商即是單數無續商

次商之法　皆以第二點截餘實為次商實

凡初商皆為方積次商以後則有廉積隅積

先求廉率　查廉率立成本乘方廉率有若干等等有若干數平列之為若干行謂之定率如平方只一種廉其定率二立方有二種廉曰平廉曰長廉其定率並三若三乘方則有三種廉曰一廉曰二廉曰三廉其定率曰四曰六曰四詳後式每增一乘即廉增一等而定率增一行有廉之等有廉之數如平方有二廉立方有三平廉三長廉此廉之數也平方之兩廉同積共為一等立方之三平廉同積為一等三長廉同積為一等共為二等此廉之等也廉率中兼此二義

求廉汎積　以各廉定率乘初商應有各數各依本乘

方減小一等用之廉多者又遞減挨次乘之至根數止

是為汎積有初商數即各帶有自乘冪積二乘立積乃至三乘以上各積是為應有各數也今求汎積當依本乘方減小一等用之如平方只用根數立方用初商冪積乃至十二乘方用初商十一乘此為減小一等也至第二廉則立方用初商根三乘方用初商再乘乃至十二乘方用初商十乘此為廉多者二廉以上又遞減挨次乘之也遞減至初商根則為末後一廉矣故曰至根數止

求次商數以汎積約餘實得之

求廉定積　以各廉汎積乘次商數廉多者遞增一等挨次乘之至本乘方減小一等止是為定積凡第一廉汎積皆乘

次商根而得定積有第二廉則以次商自乘積乘之有三廉則以次商立方積乘之是為遞增一等也然增不得至本乘方但增至本乘乘方減小一等數即為末後一廉矣

求隅積　以次商數查初商表各依本乘方取之以次商對横行根數以本乘方對直行縱横相遇得之列于廉積之後一行是為隅積小隅體勢並同初商大方如平方則隅即小平方立方則隅即小立方三乘方之隅亦為小三乘方四乘以上並同故可借初商表用之

求廉隅共積　以所得各廉定積及隅積用併法併之即得

求次商定數　以所得廉隅共積紀左線之左（又在表數之左）以末位對第二點紀之為次商應減之數　與次商實（右行第二點所截）對位相減（以左減右）減不盡者又為餘實以待三商遂紀次商數于初商之下為次商定數　如廉隅共積大于次商實不及減則改次商至及減而止乃為次商定數

三商以後並同上法

不論三商四商乃至多商其廉定率不變但求汎積時三商則並初商次商兩位商數合而用之四商則併前

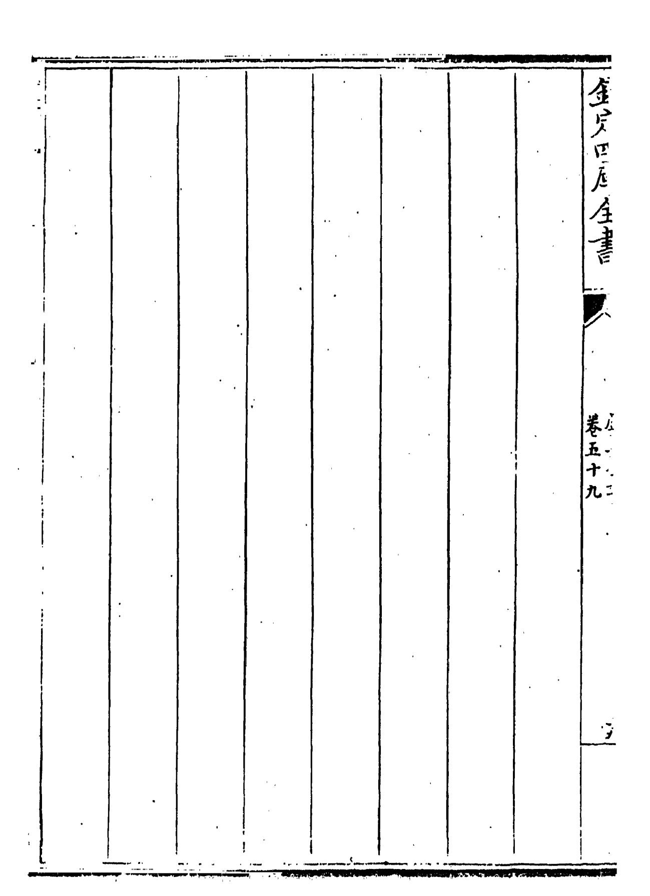
三次商數皆取其應有各數以乘定率而得汎積亦如上法之用初商　其求定積則三商即用三商之數四商即用四商之數以乘汎積而得定積亦如上法之用次商　餘法並同次商

審○位之法　凡廉汎積大於餘實或僅相等而無隅不能商一數是次商為○位也即紀○位於先商之次而併下一點餘實為續商餘實

次商單一之法　凡汎積與實僅同而有隅一是商得

一數也即以汎積為定積不必更乘次商惟單一則然若商得一十

一百一千仍須如法乘之



開平方 即一乘方

設平方積三千三百四十四萬三千〇八十九問方根若干

答曰五千七百八十三

列實法 先作兩直綫次以方積三三四四三〇八九列右綫 作點法於實末位單數之右作一點起逆上每隔一位點之有四點宜商四次初商是千 初商法曰用最上一點截原實兩位三三為初商實查表有小於實三三

者是二五其方根五即以五為初商對實首上一位書于左綫之右却以表數二五對實三三書左綫之左與原實對減先於實次位減五實係三不足減作點借上一數為十三減去五餘八改書八于實三之右次於實首減二原實是三因借下去一只得二減盡乃作綫抹去三三存八以待次商亦于左作綫抹

去減數
二五

求次商 用第二點上餘實八四四為次商實

定率 二
以 初商根 乘
五〇〇〇
得 汎積
一〇〇〇〇
又 次商根 乘
七〇〇
得 定積
七〇〇〇〇〇〇

隅
次商自乘 四九〇〇〇〇

廉隅共積　併　得　七四九○○○○

次商法曰置廉率立成内定率二乘初商五千得一萬為汎積乃約實作七百定為次商即以汎積乘之得定積七百萬再用次商自乘為隅其積四十九萬併定積成七百四十九萬即廉隅共積也俱如式列之于是將次商七續書初商五之下又將共積七四九對實八四四書左綫之左以減實餘九五乃作綫抹去八四四亦于左作綫抹去七四九

求三商　用第三點上餘實九五三○為三商實

定率二　以初商合次商數五七○○乘得汎積一一四○○

又以三商根八○乘得定積九一二○○○

隅　　三商自乘　　六四〇〇

廉隅共廉　併　得　九一八四〇〇

三商法曰復置定率二以乘初商次商合數五千七百得一萬一千四百為汎積乃約實作八十為三商即以汎積乘之得定積九十一萬二千三商亦自乘為隅得積六千四百以併定積成九十一萬八千四百為廉隅共積俱如式列之再將三商八十挨書次商七百之下而以其廉隅積九一八四對實九五三〇書于左綫之左去減實餘三四六即改書之以待四商作綫抹夫九五三〇左亦作綫抹去

九一
八四

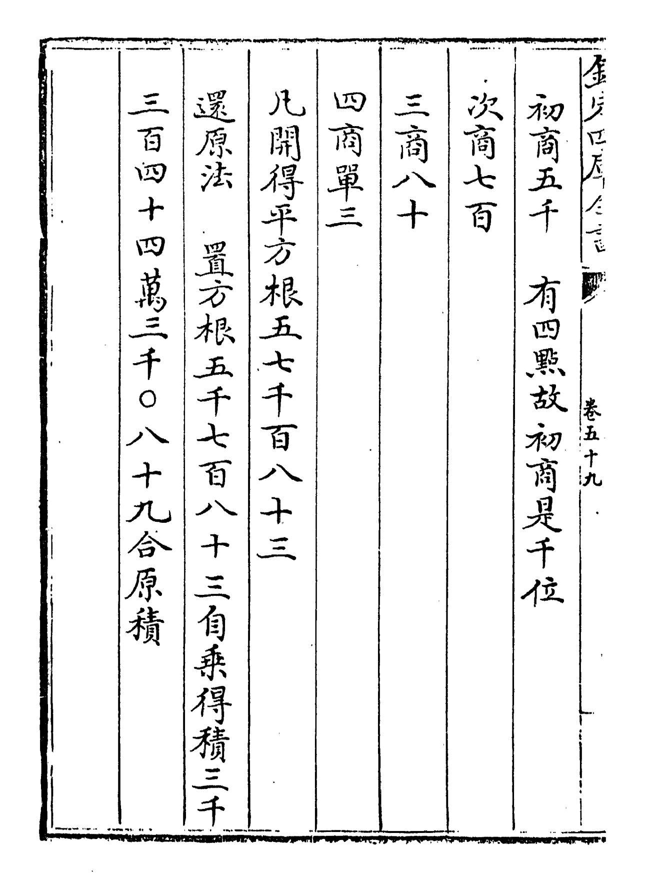
求四商　用第四點上餘實三四六八九九為四商實

定率二以乘初商次商三商合數五七八。得汎積一一五六。又乘四商根三得定積三四六八。

隅　四商自乘　九

廉隅共積　併　得　三四六八九

四商法曰用定率二乘初商次商三商合數五千七百八十得一萬一千五百六十為泛積乃約實可商三定為四商即以泛積乘之得定積三萬四千六百八十四商三自乘得九為隅積併定積成三萬四千六百八十九是為廉隅共積各如式列訖再將四商三挨書于三商八十之下而以其廉隅積三四六八九對第四點實書于左綫之左就以減四商實恰盡乃作綫抹去之左減數亦抹去



初商五千　有四點故初商是千位

次商七百

三商八十

四商單三

凡開得平方根五七千百八十三

還原法　置方根五千七百八十三自乘得積三千

三百四十四萬三千〇八十九合原積

開立方 即再乘方

設立方積一千〇〇七萬七千六百九十六尺問每面方若干

答曰二百一十六尺

依法列實 作點 自末位單數作一點起逆上每隔兩位點之有三點宜商三次

求初商 用最上一點截原實兩位一〇為初商實查初商表有小于一〇者是〇八其方根二即以二定為初商對實

首上一位書左綫之右而以其積數〇八對實一〇書左綫之左對減初商實餘二〇故書之以待次商

初商二百尺有三點初商是百

求次商 用第二點上餘實二〇七七為次商實

平廉	長廉	隅	廉隅共積
定率三以初商平冪四〇〇〇〇得一二〇〇〇〇又以次商根一〇得一二〇〇〇〇〇	三乘初商根二〇〇得泛積六〇〇又乘次商冪一〇〇得定積六〇〇〇〇	次商再乘一〇〇〇	併得一二六一〇〇〇

依法求得次商一十尺書于初商二百之下而以其廉隅共積一百二十六萬一

千減次商實餘八一六改書之以待三商

求三商　用第三點上餘實八一六六九六為三商實

平廉定率　三	長廉定率　三
乘	
初商次商平冪四四一〇〇	初商次商合數二一〇
得泛積一三二三〇〇	泛積六三〇
又三商根六	乘三商冪三六
得定積七九三八〇〇	定積二二六八〇

隅　三商再乘　二一六

廉隅共積　併　得　八一六六九六

依法求得三商六尺續書次商一十之下而以廉隅共積八十一萬六千六百九十

六減三商實恰盡

凡開得立方根二百一十六尺

還原　置方根二百一十六尺自之得四萬六千六百五十六尺為平冪又置平冪以方根乘之得一千〇〇七萬七千六百九十六合原數

開三乘方

設三乘方積一億三千六百〇四萬八千八百九十六問方根若干

答曰一百〇八

依法列實　作點自末位單數作一點起逆上每隔三位點之

求初商　用最上一點截實首位一為初商實

一〇三六〇四八八九六

一〇三六〇四八八九六

一〇八

凡積一者其根亦一不必查表竟以一為初商其積與實對減恰盡

初商一百有三點初商是百

求次商 用第二點餘實三六〇四為次商實

一廉 定 四 以 初商一〇〇〇〇〇〇 立積 乘 初商 平冪一〇〇〇〇 泛 積 四〇〇〇〇〇〇

二廉 六 初商根一〇〇 積 六〇〇〇〇〇

三廉 率 四 乘 四〇〇

又 次商根一〇 次商冪一〇〇 次立積一〇〇〇 定 積 四〇〇〇〇〇〇 六〇〇〇〇〇〇 四〇〇〇〇〇〇

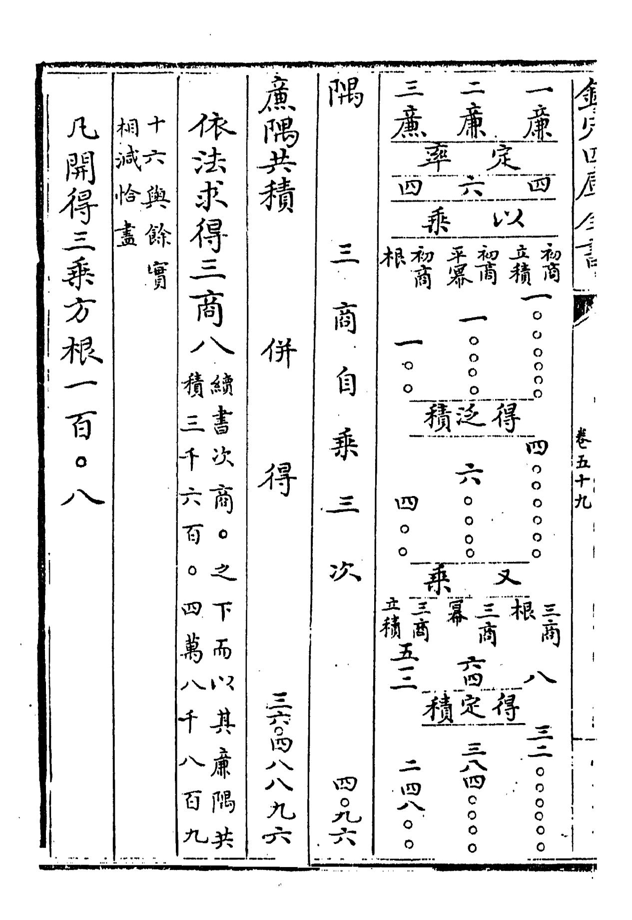
隅 次商三乘一〇〇〇〇

廉隅共積　併　得　四六四一〇〇〇〇

依法求得廉隅共積四千六百四十一萬為次商一十之積大於次商實不及減是無次商也法于初商一百下書〇

求三商　用第三點合上第二點餘實三六〇四八八九六共八位為三商實（三商減積至末位第三點故合八位為其實）

凡求三商當合初商次商兩數乘定率以求泛積令次商　故只用初商數



	一廉	二廉	三廉
定率	四	六	四
以乘	初商立積 一○○○○○○	初商平冪 一○○○○	初商根 一○○
得泛積	四○○○○○○	六○○○○	四○○
又乘	三商根 八	三商冪 六四	三商立積 五一二
得定積	三二○○○○○○	三八四○○○○	二四八○○

隅　三商自乘三次　四○九六

廉隅共積　併得　三六○四八八九六

依法求得三商八續書次商○之下而以其廉隅共積三千六百○四萬八千八百九十六與餘實相減恰盡

凡開得三乘方根一百○八

還原　置方根一〇八自乘得一一六六四為平冪平冪又自乘得一億三千六百〇四萬八千八百九十六合原積

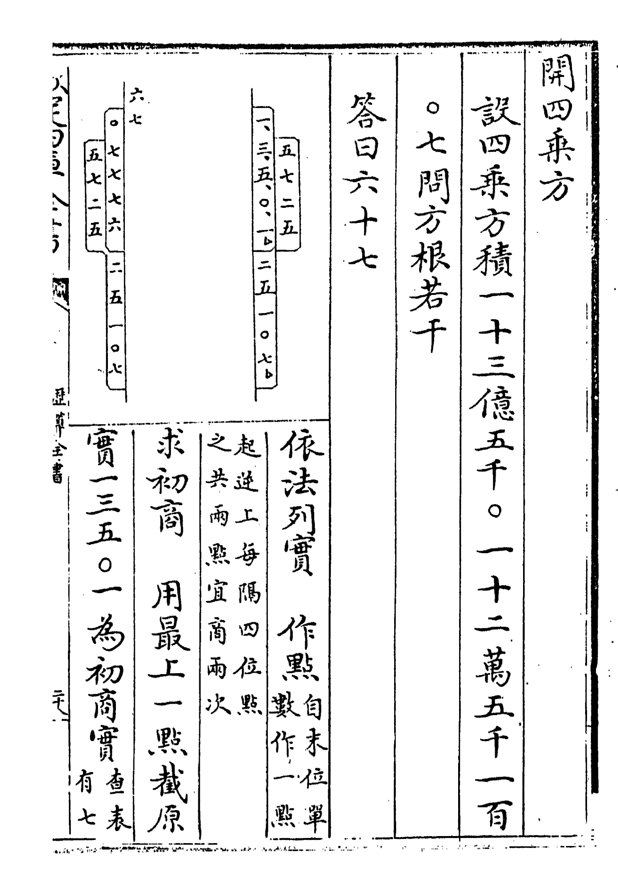
或以方根一百〇八自乘三次亦同

開方簡法　置三乘方積一三六〇四八八九六以平方法開之得一一六六四再置一一六六四以平方開之得方根一百〇八合問

開四乘方

設四乘方積一十三億五千〇一十二萬五千一百〇七問方根若干

答曰六十七



依法列實　作點自末位單數作一點起逆上每隔四位點之共兩點宜商兩次

求初商　用最上一點截原實一三五〇一為初商實查表有七

七七六小于實其根六即以六為初商而以其積七七七六對減初商實餘五七二五改書之以待次商

初商六十 有兩點初商是十

求次商 用第二點上餘實五七二五二五一〇七為次商實

	一廉	二廉	三廉	四廉
定率	五	一〇	一〇	五
以乘	初商三乘 一二九六〇〇〇〇	初商立積 二一六〇〇〇	初商平冪 三六〇〇	初商根 六〇
得汎積	六四八〇〇〇〇〇	二一六〇〇〇〇	三六〇〇〇	三〇〇
又乘	次商根 七	次商冪 四九	次商立積 三四三	次商三乘 二四〇一
得定積	四五三六〇〇〇〇〇	一〇五八四〇〇〇〇	一二三四八〇〇〇	七二〇三〇〇

隅　次商四乘　一八六〇七

廉隅共積　併得　五七二五二五一〇七

依法求得次商七書于初商六十之下而以廉隅共積五億七千二百五十二萬五千一百〇七減次商實恰盡　凡開得四乘方根六十七

還原　置方根六十七自乘四次得積一十三億五千〇一十二萬五千一百〇七合原數

開五乘方

設五乘方積一兆七千五百九十六萬二千八百七十八億〇一百萬問方根若干

答曰五百一十

一九七一
一七五九六二八七八〇一〇〇〇〇〇〇

五一〇
一五六二五二八七八〇一
一九六一

列實數以單位為根令原積尾位是百萬故補六〇列之

作點自末單位

○上作一點起逆上每隔五位點之

求初商用最上一點截原實五位一七五九六為初商實入表得五為初商對實首上一位錄左線右即以其積數對實列左線左相減餘一九七一改書之以待次商

初商求到五百有三點故初商是百

求次商用第二點上餘實一九七一二八七八○一為次商實

	定率				
一廉	六	乘初商四乘	三一二五○○○○○○○○○○		一八七五○○○○○○○○○○○
二廉	一五	以初商三乘	六二五○○○○○○○○	得	九三七五○○○○○○○○
三廉	二○	初商立積	一二五○○○○○○	汎	二五○○○○○○○○
四廉	一五	乘初商平冪	二五○○○○	積	三七五○○○○

五廉 六　初商根　五〇〇　三〇〇〇

置

一廉　一八七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇　次商根　一〇　一八七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二廉　九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇　又　次商平冪　一〇〇　得　九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三廉泛　二五〇〇〇〇〇〇〇〇　次商立積　一〇〇〇　定　二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

四廉　三七五〇〇〇〇　乘　次商三乘　一〇〇〇〇　積　三七五〇〇〇〇〇〇〇〇

積

五廉　三〇〇〇　次商四乘　一〇〇〇〇〇　三〇〇〇〇〇〇〇〇

隅　次商五乘　一〇〇〇〇〇〇

廉隅共積　併　得　一九七一二八七八○一○○○○○○

依法求得次商一十書初商五百之下再將廉隅共積一千九百七十一萬二千七百七十八億○一百萬去減次商實恰盡

原實三點宜有三商而次商已減實盡無可商作○

于次商下

凡開得五乘方根五百一十○

還原　置方根五百一十○自乘五次復得一兆七千五百九十六萬二千八百七十八億○一百萬合原積

開六乘方

設六乘方積三百四十三億五千九百七十三萬八千三百六十八問方根若干

答曰三十二

一二四八　三四三五　九七三八三六八

三二　一二四八　二一八七　九七三八三六八

依法列實　作點自末位單數作點起逆上每隔六位點之共兩點宜商兩次

求初商　用最上點截原實三四三五為初商實查表

得三為初商書左綫右而以其積數二一八七書左綫之左對減初商實餘一二四八改書以待續續商

初商三十　有兩點故初商是十

求次商　用第二點上餘實一二四八九七三八三六八為次商實

	一廉	二廉	三廉	四廉	五廉
定率	七	二一	三五	三五	二一
以乘	初商五乘 七二九〇〇〇〇〇〇	初商四乘 二四三〇〇〇〇〇	初商三乘 八一〇〇〇〇	初商立積 二七〇〇〇	初商平冪 九〇〇
得汎積	五一〇三〇〇〇〇〇〇	五一〇三〇〇〇〇〇	八八三五〇〇〇〇	九四五〇〇〇	一八九〇〇
又乘	次商根 二	次商平冪 四	次商立積 八	次商三乘 一六	次商四乘 三二
得定積	一〇二〇六〇〇〇〇〇〇	二〇四一二〇〇〇〇〇	二二六八〇〇〇〇〇	一五一二〇〇〇〇	六〇四八〇〇

六	
廉	七
初商根	三〇
	二〇
次商五乘	六〇四
	一三四四〇

隅　次商六乘　一三八

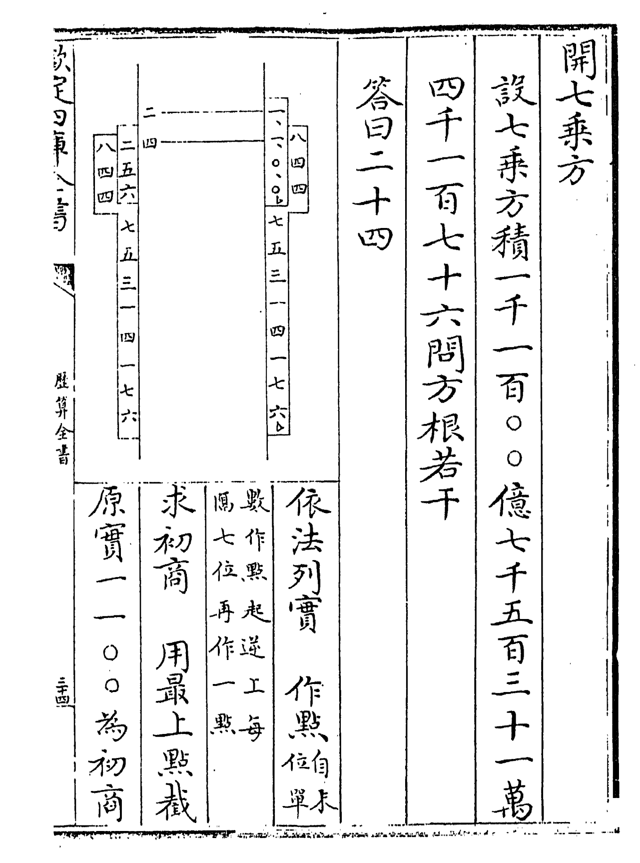
廉隅共積　併　得　一三四八九七三八三二六八

依法求得次商二書初商三十之下再以廉隅共積與次商實對減恰盡

凡開得六乘方根三十二

還原　置方根三十二自乘六次得積三四三五九七三八三六八

合原數



開七乘方

設七乘方積一千一百〇〇億七千五百三十一萬四千一百七十六問方根若干

答曰二十四

依法列實　作點自末位單數作點起逆上每隔七位再作一點

求初商　用最上點截原實一一〇〇為初商

實查表得二為初商即以二書左綫之右而以其積二五六書左綫之左對減初商實餘八四四四改書之以待續商

初商二十有兩點初商是十

求次商　用第二點上餘實八四四七五三一四一七六為次商實

	一廉	二廉	三廉
定	八	二八	五六
以	初商六乘 一二八〇〇〇〇〇〇〇	初商五乘 六四〇〇〇〇〇〇	初商四乘 三二〇〇〇〇〇
得	一〇二四〇〇〇〇〇〇〇〇	一七九二〇〇〇〇〇〇〇	一七九二〇〇〇〇〇〇
又	次商根 四	次商平冪 一六	次商立積 六四
得	四〇九六〇〇〇〇〇〇〇〇	二八六七二〇〇〇〇〇〇〇	一一四六八八〇〇〇〇〇

	四廉	五廉	六廉	七廉	隅
率	七〇	五六	二八	八	
乘	初商三乘 一六〇〇〇〇	初商立積 八〇〇〇	初商平冪 四〇〇	初商根 二〇	
泛積	一一二〇〇〇〇〇	四四八〇〇〇	一一二〇〇	一六〇	
乘	乘次商三乘 二五六	乘次商四乘 一〇二四	乘次商五乘 四〇九六	次商六乘 一六三八四	次商七乘
定積	二八六七二〇〇〇〇	四五八七五二〇〇〇	四五八七五二〇〇	二六二一四四〇	六五五三六

廉隅共積併得八四四七五三一四一七六

依法求得次商四書初商二十之下再將廉隅共積八四四七五三一四一七六與次商實對減恰盡

凡開得七乘方根二十四

還原　置方根二十四自乘七次復得一一〇〇七五三一四一七六合原數

或以根二十四自乘得五百七十六為平冪平冪又自乘得三十三萬一千七百七十六為三乘方積三乘方積又自乘得一一〇〇七五三一四一七六亦合原數

開方簡法　置設積一一〇〇七五三一四一七六以平方法開之得三三一七七六又置為實以三乘方法開之得方根二十

四

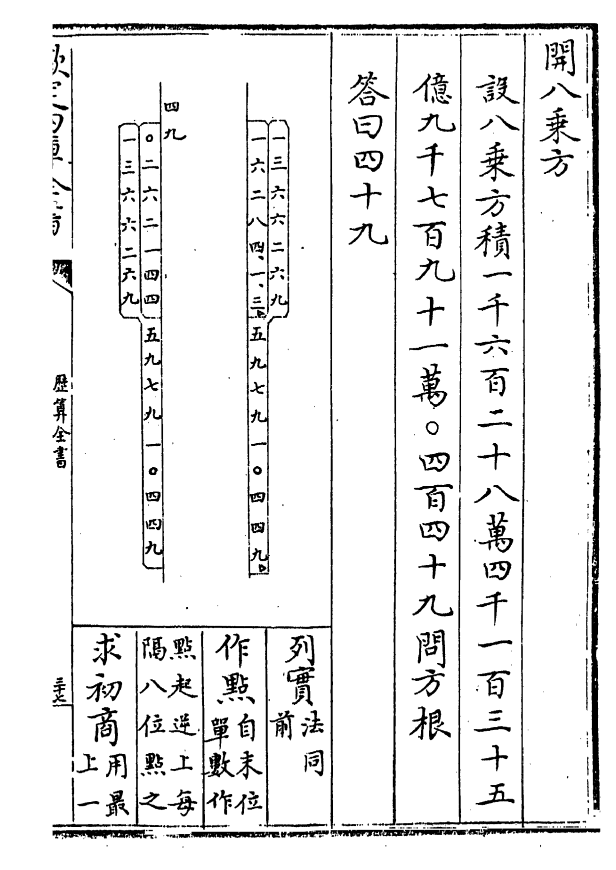
或置設積一一〇〇七五
三一四一七六用平方法連開三次亦得

方根二十四

開八乘方

設八乘方積一千六百二十八萬四千一百三十五億九千七百九十一萬〇四百四十九問方根

答曰四十九



列實法同前

作點自末位單數作點起逆上每隔八位點之

求初商用最上一

點截原實一六二八四一三為初商實查表得八乘方積二六二一四四其根四即以四定為初商書左綫右而以其積數書左綫左對減初商實餘一三六六二六九以待次商

初商四十 有兩點初商是十

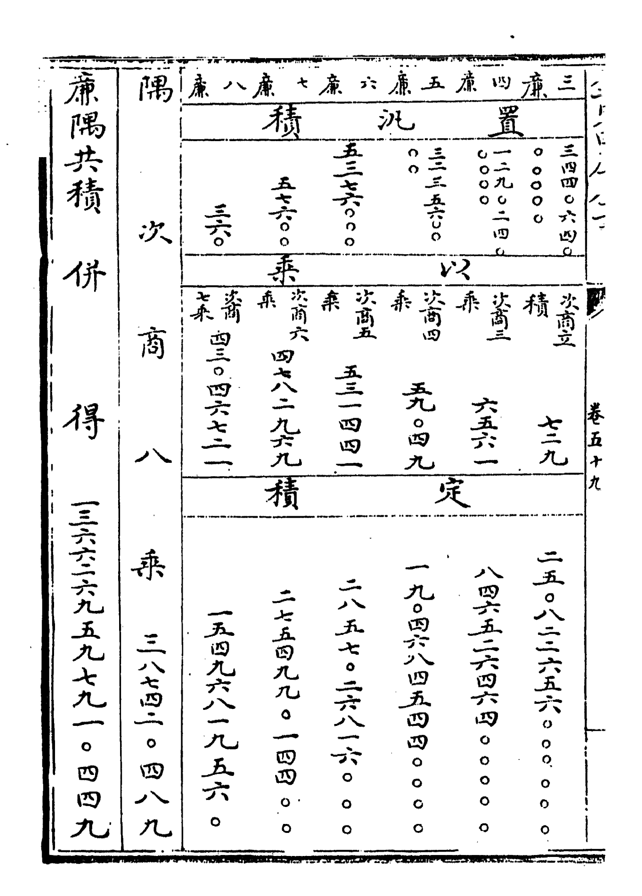
求次商 用第二點上餘實一三六六二六九五九七九一〇四四九為

次商實

	一廉	二廉	三廉
定	九	三六	八四
以	初商七乘 六五五三六〇〇〇〇〇〇〇〇	初商六乘 一六三八四〇〇〇〇〇〇〇	初商五乘 四〇九六〇〇〇〇〇〇
得	五八九八二四〇〇〇〇〇〇〇〇	五八九八二四〇〇〇〇〇〇〇	三四四〇六四〇〇〇〇〇〇

	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉
率	一二六	一二六	八四	三六	九
乘	初商四乘 一〇二四〇〇〇〇	初商三乘 二五六〇〇〇	初商立積 六四〇〇	初商平冪 一六〇〇	初商根 四〇
泛積	一二九〇二四〇〇〇〇〇	三二二五六〇〇〇〇	五三七六〇〇〇	五七六〇〇	三六〇

	一廉	二廉
復	五八九八二四〇〇〇〇〇〇	五八九八二四〇〇〇〇〇〇〇
又	次商根 九	次商平冪 八一
得	五三〇八四一六〇〇〇〇〇〇〇〇	四七七七五七四四〇〇〇〇〇〇〇



	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉
置汎積	三四四〇六四〇〇〇〇〇	一二九〇二四〇〇〇〇〇	三三三五六〇〇〇〇	五三七六〇〇〇	五七六〇〇	三六〇
以乘	次商立積 七二九	次商三乘 六五六一	次商四乘 五九〇四九	次商五乘 五三一四四一	次商六乘 四七八二九六九	次商七乘 四三〇四六七二一
定積	二五〇八二二六五六〇〇〇〇〇〇	八四六五二六四六四〇〇〇〇〇	一九〇四六八四五四四〇〇〇〇	二八五七〇二六八一六〇〇〇	二七五四九九〇一四四〇〇	一五四九六八一九五六〇

隅　次商八乘　三八七四二〇四八九

廉隅共積　併得　一三六六二六九五九七九一〇四四九

依法求得次商九書初商四十之下再將廉隅共積對減次商實恰盡

凡開得八乘方根四十九

還原　置方根四十九自乘八次復得一六二八四一三五九七九一

〇四四九四九合原積

開九乘方

設九乘方積八十三兆九千二百九十九萬三千六百五十八億六千八百三十四萬〇二百二十四問方根若干

答曰六十二

二三四六三七六〇
八三九、二九九、三六〇
五八六八三四〇二二四

六二
二三四六三七六〇
六〇四六六一七六
五八六八三四〇二二四

列實法同前

作點自末位單數作點起逆上每隔九位點之

求初商 如法用最上一點原積八位截為初商實查表得九乘方根六即以六為初商而以其積數六〇四六六一七六減初商實餘二三四六三七六〇待續商各如法書之

初商六十 有兩點初商是十

求次商 用第二點上餘實二三四六三七六〇五八六八三四〇二二四為次商實

一廉	二廉	三廉
一〇	四五	一二〇
以		
初商八乘一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇	初商七乘一六七九六一六〇〇〇〇〇〇〇〇	初商六乘二七九九三六〇〇〇〇〇〇〇
得		
一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	七五五八二七二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三三五九二三二〇〇〇〇〇〇〇〇

	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉
	二一〇	二五二	二一〇	一二〇	四五	一〇
乘	初商五乘	初商四乘	初商三乘	初商立積	初商平冪	初商根
	四六六五六〇〇〇〇〇〇	七七七六〇〇〇〇〇	一二九六〇〇〇〇	二一六〇〇〇	三六〇〇	六〇
汎積	九七九七七六〇〇〇〇〇〇〇〇	一九五九五五二〇〇〇〇〇〇	二七二一六〇〇〇〇〇〇	二五九二〇〇〇〇	一六二〇〇〇	六〇〇

	一廉	二廉
各	一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	七五五八二七二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
又	次商根 二	次商平冪 四
得	二〇一五五三九二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三〇二三三〇八八〇〇〇〇〇〇〇〇〇

置汎積以（次商各乘）乘各定積

	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	隅
置汎積	三三五九二三二〇〇〇〇〇〇〇〇	九七九七七六〇〇〇〇〇〇〇	一九五九五五二〇〇〇〇〇	二七二一六〇〇〇〇〇	二五九二〇〇〇〇	一六二〇〇〇	六〇〇	
以乘	次商立積八	次商三乘一六	次商四乘三二	次商五乘六四	次商六乘一二八	次商七乘二五六	次商八乘五一二	次商九乘
各定積	二六八七三八五六〇〇〇〇〇〇〇〇	一五六七六四一六〇〇〇〇〇〇〇	六二七〇五六六四〇〇〇〇〇	一七四一八二四〇〇〇〇〇	三三一七七六〇〇〇〇	四一四七二〇〇〇	三〇七二〇〇	一〇二四

廉隅共積　併得 二三四六三七六〇五八六八三四〇二二四

依法求到次商二　書于初商六十之下乃以其廉隅共積二十三兆四千六百三十七萬六千〇五十八億六千八百三十四萬〇二百二十四減次商實恰盡

凡開得九乘方根六十二

又法　置九乘方積 八三九二九九三六五
八六八三四〇二二四 以平方法開之得 九一六一三
二八三二 為四乘方積　再以四乘方法開之得方根 六十
二

或置九乘方積 八三九二九九三六五
八六八三四〇二二四 以四乘方開

之得八三四四再以平方開之得方根六十二並同

還原　以方根六十二自乘九次得原積

或以原根六十二自乘四次得九一六一三二八三二為四乘方積再以四乘積四乘得原積亦同

開十乘方

設十乘方積七千四百三十〇億〇八百三十七萬〇六百八十八問方根

答曰一十二

七 六
四
三
〇
〇
八
三
七
〇
六
八
八

一二
一 六
四
三
〇
〇
八
三
七
〇
六
八
八

依法列實 作點自末位單數作一點起逆上每隔十位再作一點

求初商 用最上點截實首位七為初商實查表得十乘方根一定為初商即以其積一

減初商實七餘六

改書之以待續商

初商一十 有二點初商是十

求次商　用第二點上餘實六四三○○八三七○

六八八為實

一廉	二廉	三廉	四廉
定			
一一	五五	一六五	三三○
以			
初商九乘	初商八乘	初商七乘	初商六乘
一○○○○○○○○○○	一○○○○○○○○○	一○○○○○○○○	一○○○○○○○
得			
一一○○○○○○○○○○	五五○○○○○○○○○	一六五○○○○○○○○	三三○○○○○○○

五廉　六廉　七廉　八廉　九廉　十廉　一廉　二廉

率

五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉
四六二	四六二	三三〇	一六五	五五	一一

乘

初商五乘	初商四乘	初商三乘	初商立積	初商平冪	初商根
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇	一〇〇〇	一〇〇	一〇

積

五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉
四六二〇〇〇〇〇〇	四六二〇〇〇〇〇	三三〇〇〇〇〇	一六五〇〇〇	五五〇〇	一一〇

置

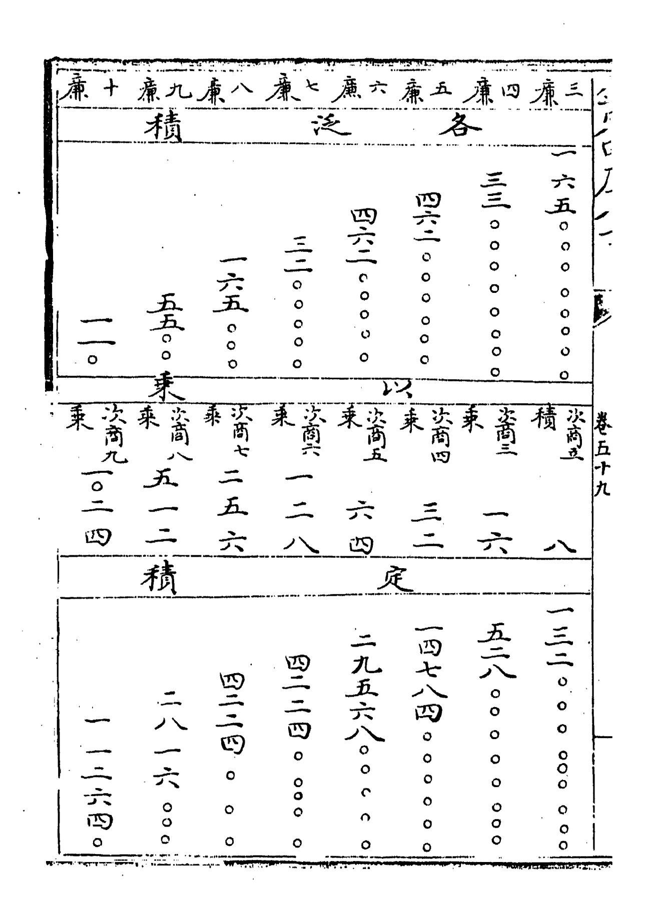
一廉	二廉
一一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五五〇〇〇〇〇〇〇〇〇

又

次商根	次商平冪
二	四

得

一廉	二廉
二二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇



各泛積

三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉
一六五〇〇〇〇〇〇〇〇	三三〇〇〇〇〇〇〇〇	四六二〇〇〇〇〇〇	四六二〇〇〇〇〇	三三〇〇〇〇〇	一六五〇〇〇	五五〇〇	一一〇

以乘

次商立積	次商三乘	次商四乘	次商五乘	次商六乘	次商七乘	次商八乘	次商九乘
八	一六	三二	六四	一二八	二五六	五一二	一〇二四

定積

三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉
一三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五二八〇〇〇〇〇〇〇〇	一四七八四〇〇〇〇〇〇	二九五六八〇〇〇〇〇	四二二四〇〇〇〇〇	四二二四〇〇〇	二八一六〇〇〇	一一二六四〇

隅　次商十乘　二〇四八

廉隅共積　併得　六四三〇〇八三七〇六八八

依法求得次商二書初商一十之下再將廉隅共積減次商實恰盡

還原　置方根一十二　自乘十次復得七千四百三十〇億〇八百三十七萬〇六百八十八合原積

又法　置方根一十二　自乘一四四　為平冪平冪自乘二〇七三六　為三乘方積三乘方又自乘得四二九九八一六九六　為七乘方積再以根再乘之立積一七二八　乘之得十乘方

積

開十一乘方

設十一乘方積七千三百五十五萬八千二百七十五億一千一百三十八萬六千六百四十一問方根若干

答曰二十一

三二五九
七三五五
八二七五一一三八六六四一

二
三二五九
四〇九六
八二七五一一三八六六四一

列實法同前

作點自末位單數作點起逆上每隔十一位點之

求初商　用最上一點截實七三五五為初商實查表得十一乘方根二定為初商以其積四〇九六對減初商實餘三二五九以俟續商皆各如法書之

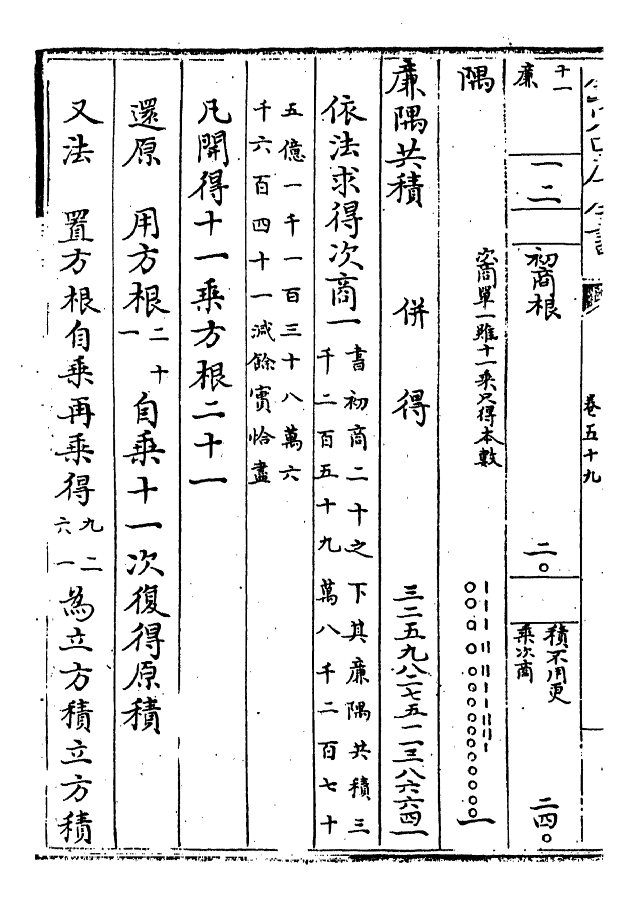
初商二十有二點初商是十

求初商　用第二點上餘實三二五九八二七五一一三八六六四一為次商實

一廉	二廉
一二	六六
初商乘十 二〇四八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	初商乘九 一〇二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二四五七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	六七五八四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

	定率	以乘	得汎積
三廉	二二〇	初商八乘 五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一一二六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四廉	四九五	初商七乘 二五六〇〇〇〇〇〇〇〇	一六六七二〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五廉	七九二	初商六乘 一二八〇〇〇〇〇〇〇	一〇一三七六〇〇〇〇〇〇〇
六廉	九二四	初商五乘 六四〇〇〇〇〇〇	五九一三六〇〇〇〇〇〇
七廉	七九二	初商四乘 三二〇〇〇〇〇	二五三四四〇〇〇〇〇
八廉	四九五	初商三乘 一六〇〇〇〇	七九二〇〇〇〇〇
九廉	二二〇	初商立積 八〇〇〇	一七六〇〇〇〇
十廉	六六	初商冪 四〇〇	二六四〇〇

因次商是單單一即以所得汎積為各廉定



十一廉　一二　初商根　二〇　積不用更乘次商　二四〇

隅　次商單一雖十一乘只得本數

廉隅共積　併得三二五九八二七五一一三八六六四一

依法求得次商一書初商二十之下其廉隅共積三千二百五十九萬八千二百七十五億一千一百三十八萬六千六百四十一減餘實恰盡

凡開得十一乘方根二十一

還原　用方根二十一自乘十一次復得原積

又法　置方根自乘再乘得九二六一為立方積立方積

自乘得八五七六六一二一為五乘方積五乘方積又自乘得

十一乘方原積

開方簡法　置設積七三五五八二七五一一三八六六四一以平方法

開之得五乘方積八五七六六一二一又置為實以五乘方法

開之得根二十一

開十二乘方

設十二乘方積一十五兆四千四百七十二萬三千七百七十七億三千九百一十一萬九千四百六十一問方根若干

答曰二十一

七二五五
一五四四七二三七七七三九一一九四六一

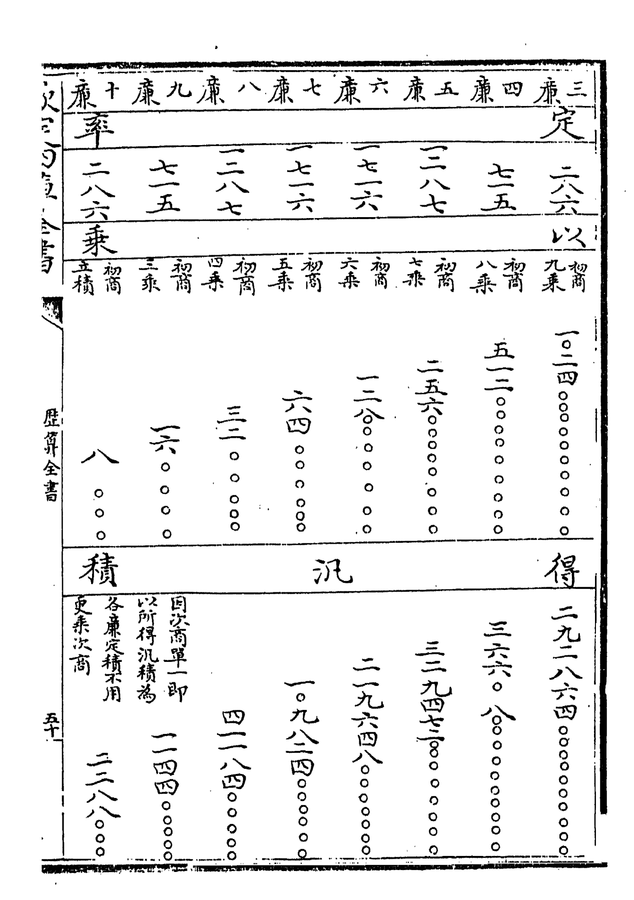
二一
八一九二
七二五五
二三七七七三九一一九四六

依法列實　作點（自末位單數作點起逆上隔十二位點之）

求初商　用最上一點截原實一五四四七為初商實查表得十二乘積（八一九二）其方根二即以二定為初商（其積數與實對減餘七二五五再俟續商）

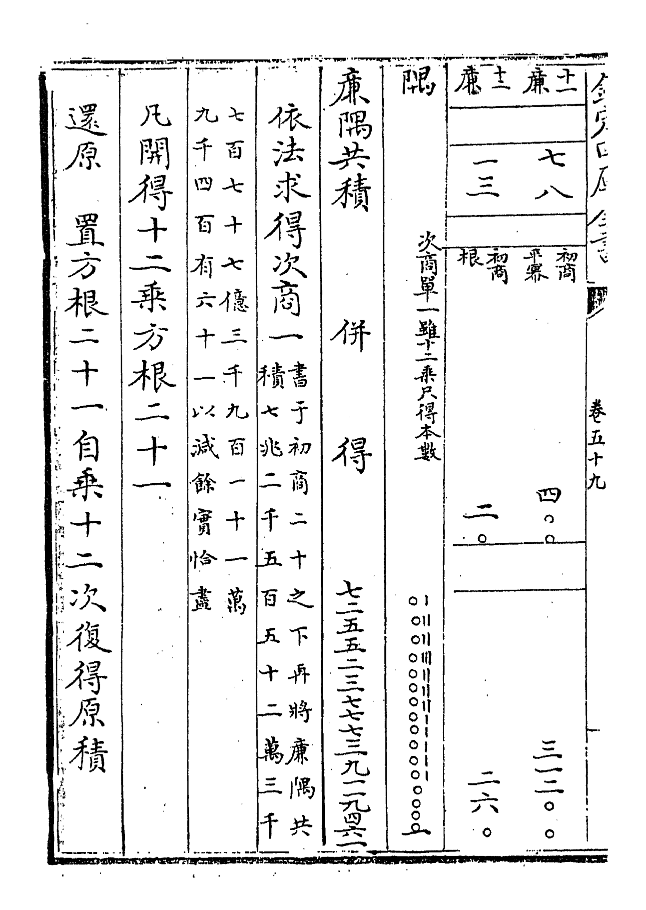
求初商　用第二點上餘實七二五五三三七七七三九一一九四六一為次商實

一廉	二廉
一三	七八
初商十乘　四○九六○○○○○○○○○○○○	初商十乘　二○四八○○○○○○○○○○○
五三二四八○○○○○○○○○○○○	一五九七四四○○○○○○○○○○○



	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉
定率	二八六	七一五	一二八七	一七一六	一七一六	一二八七	七一五	二八六
以乘	初商九乘	初商八乘	初商七乘	初商六乘	初商五乘	初商四乘	初商三乘	初商立積
	一〇二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二五六〇〇〇〇〇〇〇〇	一二八〇〇〇〇〇〇〇	六四〇〇〇〇〇〇	三二〇〇〇〇〇	一六〇〇〇〇	八〇〇〇
得汎積	二九二八六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三六六〇八〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三二九四七二〇〇〇〇〇〇〇〇	二一九六四八〇〇〇〇〇〇〇	一〇九八二四〇〇〇〇〇〇	四一一八四〇〇〇〇〇	一一四四〇〇〇〇〇	二二八八〇〇〇

因次商單一即以所得汎積為各廉定積不用更乘次商



十二廉	十一廉	隅
七八	一三	
初商平廉 四○○	初商根 二○	
三一二○○	二六○	

次商單一雖十二乘只得本數

一二二三二二二一一一一一
○○○○○○○○○○○○○○○○

廉隅共積　併得　七二五五二三七七七三九一一九四六一

依法求得次商一書于初商二十之下再將廉隅共積七兆二千五百五十二萬三千七百七十七億三千九百一十一萬九千四百有六十一以減餘實恰盡

凡開得十二乘方根二十一

還原　置方根二十一自乘十二次復得原積

或以方根二十一自乘得四四一再乘得九二六一三乘得一九四四八一為三乘方積即以三乘方積自乘得三七八二二八五九三六一再自乘得七三五五八二七五一一三八六六四一為十一乘方積

又置為實而以方根二十一乘之得十二乘原積

又法　以方根自乘再乘得九二六一為立方積就以立方積自乘三次得七三五五八二七五一一三八六六四一為十一乘方積如前再以方根乘之亦得原積

又法　以根二十一自乘之平方四四一為法自乘四次

得九乘方積一六六七九八八〇九七八二〇一再以根一二十再乘之

立方九二六一乘之得十二乘原積並同

論諸乘方簡法

凡開平方二次即三乘方也是為方之方開平方立方各一次五乘方也可名為立方之平方亦可名為平方之立方

開平方三次七乘方也或三乘方平方各開一次亦同可名為平方之三乘亦可名為三乘方之平方

開立方二次八乘方也可名為立方之立方

開四乘方平方各一次九乘方也可名為四乘方之平

方
開平方二次立方一次十一乘方也或三乘方立方各
一次亦同可名為三乘方之立方亦可名為立方之三
乘方
按惟四乘方六乘方十乘方不能借用他法同文算
指謂四乘方開二次為六乘方又謂四乘方開三次
為十乘方非也且四乘方平方各一次已為九乘方
矣安得有開四乘方二次而反為六乘開四乘方三

次而止為十乘乎必不然矣

演諸乘方進增通法

平方積自乘為三乘方　立方積自乘為五乘方　三乘方積自乘為七乘方　四乘方積自乘為九乘方　五乘方積自乘為十一乘方　六乘方積自乘為十三乘方　七乘方積自乘為十五乘方　八乘方積自乘為十七乘方　九乘方積自乘為十九乘方　十乘方積自乘為二十一乘方　十一乘方積自乘為二十三乘方　十二乘方積自乘為二十五乘方　十三乘方

積自乘為二十七乘方　十四乘方積自乘為二十九乘方　十五乘方積自乘為三十一乘方以上並超兩位

平方積再自乘為五乘方　立方積再乘為八乘方　三乘方積再乘為十一乘方　四乘方積再乘為十四乘方　五乘方積再乘為十七乘方　六乘方積再乘為二十乘方　七乘方積再乘為二十三乘方　八乘方積再乘為二十六乘方　九乘方積再乘為二十九乘　十乘方積再乘為三十二乘方以上並超三位

平方積自乘三次為七乘方　立方積自乘三次為十一乘方　三乘方積自乘三次為十五乘方　四乘方積自乘三次為十九乘方　五乘方積自乘三次為二十三乘方　六乘方積自乘三次為二十七乘方　七乘方積自乘三次為三十一乘方以上並超四位

平方積四乘為九乘方　立方積四乘為十四乘方　三乘方積四乘為十九乘方　四乘方積四乘為二十四乘方　五乘方積四乘為二十九乘方以上並超五位

平方積五乘為十一乘方　立方積五乘為十七乘方

三乘方積五乘為二十三乘方　四乘方積五乘為

五十九乘方以上並超六位

平方積六乘為十三乘方　立方積六乘為二十乘方

三乘方積六乘為二十七乘方　四乘方積六乘為

三十四乘方以上並超七位

平方積七乘為十五乘方　立方積七乘為二十三乘

方　三乘方積七乘為三十一乘方以上並超八位

平方積八乘為十七乘方　立方積八乘為二十六乘方　三乘方積八乘為三十五乘方以上並超九位

平方積九乘為十九乘方　立方積九乘為二十九乘方以上並超十位

平方至十二乘方已有初商表其十三乘以後不及詳列推以根之為二為三者演之至三十二乘以見其意

	根二至三十二乘則有十位	根三至三十二乘則有十六位
十三乘	一六三八四	四七八二九六九
十四乘	三二七六八	一四三四八九〇七
十五乘	六五五三六	四三〇四六七二一
十六乘	一三一〇七二	一二九一四〇一六三
十七乘	二六二一四四	三八七四二〇四八九

乘		
十八乘	五二四二八八	一一六二二六一四六七
十九乘	一〇四八五七六	三四八六七八四四〇一
二十乘	二〇九七一五二	一〇四六〇三五三二〇三
二十一乘	四一九四三〇四	三一三八一〇五九六〇九
二十二乘	八三八八六〇八	九四一四三二七八八二七
二十三乘	一六七七七二一六	二八二四二九五三六四八一
二十四乘	三三五五四四三二	八四七二八八六〇九四四三
二十五乘	六七一〇八八六四	二五四一八六五八二八三二九

二十六乘　一三四二一七七二八　七六二五五九七四八四九八七

二十七乘　二六八四三五四五六　二二八七六七九二四五四九六一

二十八乘　五三六八七〇九一二　六八六三〇三七七三六四八八三

二十九乘　一〇七三七四一八二四　二〇五八九一一三二〇九四六四九

三十乘　二一四七四八三六四八　六一七六七三三九六二八三九四七

三十一乘　四二九四九六七二九六　一八五三〇二〇一八八五一八四一

三十二乘　八五八九九三四五九二　五五五九〇六〇五六六五五五五二三

附開多乘方求次商捷法

列實作點截實求初商如常法既得初商減一等自乘為廉積如五乘方則用四乘又以本乘方數加一為廉數如五乘方則用六廉數乘廉積得數為法以除餘實為次商遂合初商次商數依本乘方數乘之如五乘方亦自乘五次得積合原數定所得為方根如原積數少不及減則改次商及減而止

假如三乘方積五百七十六萬四千八百〇一問方根若干

答曰四十九

三二〇
五七六△四八〇一△

四
二五六

如法於初商表取三乘方積二五六減原實定初商為四十餘實三二〇四八〇為次商實 法置初商四〇自乘再乘得六四〇〇〇為廉積本方三乘故廉積用再乘為減一等又以四為廉數三乘方故用四為廉數為加一數 廉數乘廉積得二五六〇〇〇為法以除次商實得九為次商得數可進一十因欲存第二廉以下廉隅積數不得滿除只商作九數待酌 遂合初商次商共四十九依法自乘得

又以二四〇一二四〇一自乘得五七六四八〇一以較原實相同減盡即定四十九為三乘方根

歷算全書卷五十九

欽定四庫全書

子部

曆算全書卷六十

詳校官欽天監天文生臣司廷棟

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣何以善

繪圖監生臣劉秉仁

欽定四庫全書

曆算全書卷六十

宣城梅文鼎撰

塹堵測量二

總論

塹堵測量者句股法也以西術言之則立三角法也古九章以立方斜剖成塹堵其兩端皆句股再剖之則成錐體而四面皆句股矣任以錐體之一面平寘為底則

其銳上指環而視之皆成立面之句股而各有三角三邊故謂之立三角也

立三角之法以測體積方圓斜側靡所不通其測渾圓之弧度則有二理其一用視法如弧三角所詮用三角三弧之正弦切線移於平面謂渾圓立剖之平面即成三層句股相似之比例令謂之渾圓容立三角也其一不用視法而用實數如句股錐形等法用三弧三角之割線餘弦各於其平面自成相似之句股以為比例三弧直剖至渾圓之心即

各成句股形之面令謂之塹堵測量也渾圓內容之立三角亦塹堵之分形而塹堵測量所測亦渾圓之度因書匪一時所為而意各有屬其名遂別二而一一而二者也

以上通論立三角及塹堵測量命名之意并其同異之處因立三角有塹堵之名因渾圓內三層句股生塹堵之用故存此二者以為塹堵測量基本

凡數之可算者皆可作圖以明之故渾圓可變為平圓如古者葢天之圖是也數之可算可圖者皆可製器以象之故渾圓可剖為錐體塹堵測量之儀器是也

凡測算之器至今日大備且益精益簡古者渾儀經緯相結為儀三重至郭太史之簡儀立運儀則一環而已足令則更省之為象限儀是益簡益精之效也至於渾象無與於測而有資於算所以證理也西法之簡平渾葢以平寫渾亦可謂工巧之至獨未有器以證八線夫用句股以算渾圓其法莫便於八線然八線之在平圓者可以圖明在渾圓者難以筆顯鼎葢嘗深思其故而見渾圓中諸線犂然有合於古人塹堵之法乃以堅楮肖

之為徑寸之儀而三弧三角各線所成之句股了了分明省筆舌之煩以象相告於作圓布算不無小補而又非若渾象之難成因名之曰塹堵測量從其質也

塹堵形析渾象之一體亦如象限儀割渾儀之一隅環而測之則象限即渾儀之全周也周徧析之則塹堵即渾象之全體也是故塹堵形可析為兩可合為一其析者一為句股錐亦曰立三角儀則起二分訖二至一為句股方錐亦曰方直儀則起二至訖二分起二分者西率起二至者

古率也是兩者九十度中皆可為之自分訖至九十度並可為句股錐自至訖分九十度並可為句股方錐然至半象以上割切三線太長溢出於方塹堵之外故又有互用之法也其合者近分度用句股錐近至度用句股方錐以黄道四十七度赤道四十五度為限過此者互用其餘如是則兩錐形合之成方塹堵矣

方塹堵内又成圓塹堵二其一下為赤道圓象限而一為撱形之象限距度之割切二線所成也其一下為撱

形象限而上為黄道之圓象限距度正弦黄道半徑所成也兩圓塹堵之用已括於兩錐形内　兩圓塹堵内又以黄道正弦距度正弦成小方塹堵之象則郭太史圓容方直本法也

於是又有圓容方直儀簡法而立三角之儀遂有三式

一句股錐其形四鋭一方直儀其底長方

一圓容方直簡法儀其底為渾圓冪之分

之三者或兼用割切或專用正弦而並不用角合渾圓内三層句股觀之可以明立法之根

以上論塹堵測量儀器句股錐形及句股方錐形二種為塹堵測量正用而

圜容方直形專用正弦成小塹堵尤正用中之正用也此小塹堵在兩重圜塹堵內故兼論之又此小塹堵足闡授時弧矢之祕因遂以郭法附焉

問八線生於角用八線而不用角何也曰角與弧相應故用角即用弧也用弧即用角也明於斯理而後可以用角渾圓內三層句股是也明於斯理而後可以不用角塹堵三儀是也用角者西法也而用角即用弧則通於古法也不用角者古法也而用弧即用角則通於西法也于是而古法西法可以觀其會通息其煩喙矣

以上論角即弧解之理

立三角法序

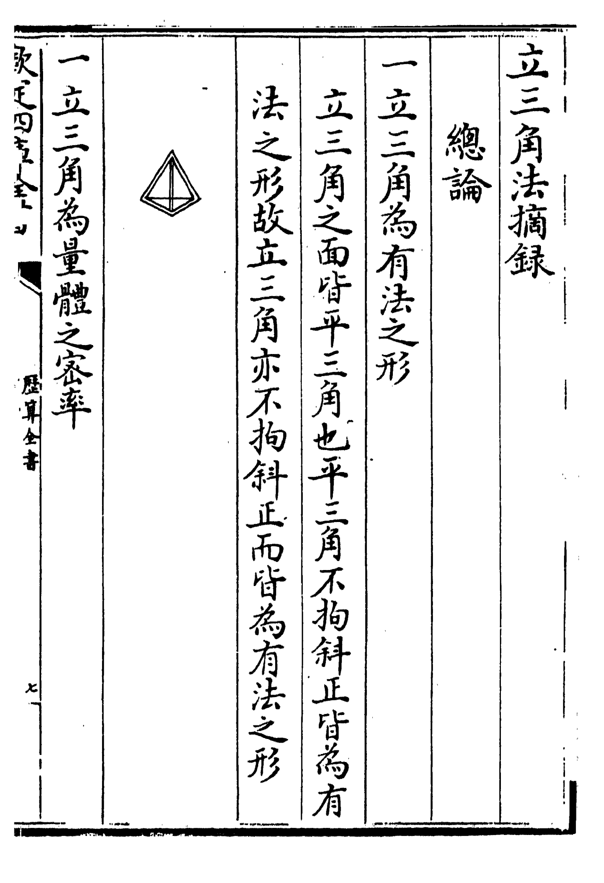
立三角者量體之法也西學以幾何原本言度數而所譯六卷之書止於測面其測體法則未之及葢難之也余嘗以句股法釋幾何而稍為推廣其用謂之幾何補編亦曰立三角法本為體積而設然其中義類頗有與渾圓弧度之法相通者故摘録之以明塹堵測量之理

立三角法摘録

總論

一立三角爲有法之形

立三角之面皆平三角也平三角不拘斜正皆爲有法之形故立三角亦不拘斜正而皆爲有法之形



一立三角爲量體之密率

凡量體者必析之析之成立三角形則可以知其容積可得而量矣若不可以立三角析者則為無法之形不可以量

一立三角即錐體

立三角任以一面平安如底則餘三面皆斜立亦有一面正立者而鋭必在上即成三角立錐

一各種錐體皆立三角之合形

凡錐體必上尖下濶任取其一面觀之皆斜立之平

三角也凡錐形自其尖切至底則其中剖之立面亦平三角也錐體之底或四邊五邊以至多邊若以對角綫分其底又即皆成平三角也故四稜錐可分為兩五稜錐可分為三六稜以上無不可分分之皆立三角形故知一切錐體皆立三角之合形也

底之邊多至于三百六十又析之為分為秒以此為

底皆可成錐體再析之至于無數即成平員底可作員錐要之皆小平三角面無數以成之者也

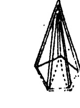
（二）

一各種有法之形亦皆立三角之合形

如立方體依其稜剖至心成立分體皆扁方錐其斜面輳心皆成立三角長方體亦然

四等面體從其稜剖至心成四分體八等面則成八

分體二十等面成二十分體皆立三角錐



十二等面依稜剖至心成十二分體皆五稜錐其立面五皆立三角



渾員形以渾員面冪為底半徑為高作大員錐而成

渾積準前論皆無數立三角所成然則渾員亦立三角也

渾員既為立三角所成則半之而為半渾員一平員面一半渾員面如員瓜中剖或再分之而為一象限或更小於象限之渾員細分弧面自象限以內至于一度內若干分秒如剖橘瓣並一弧面兩半平員面以渾員之理通之皆立三角所成

一無法之形有面有稜即皆為立三角所成

準前論各依其楞線劃之至底或依對角線斜剖之

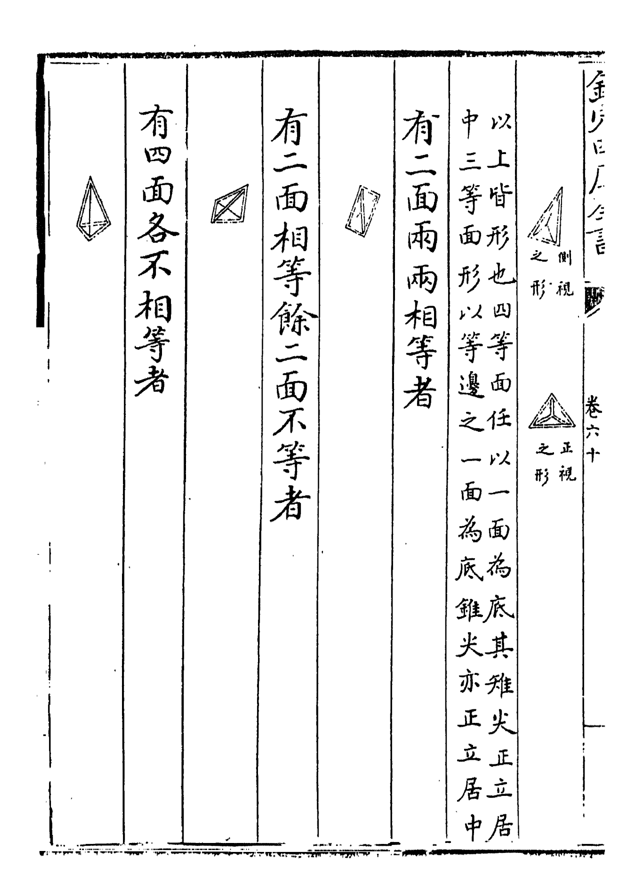
即皆成立三角而無法之形皆可為有法之形

一立三角體之形不一而皆有三角三邊

非四面不能成體故立三角必四面非三角三邊不能成面故立三角體之面皆三角三邊

約舉其類有四面相等者即四等面形也其面冪等其稜之長短亦等

有三面相等而一面不等者其不等之一面必三邊俱等餘三稜則自相等



以上皆形也四等面任以一面為底其錐尖正立居中三等面形以等邊之一面為底錐尖亦正立居中

有二面兩兩相等者

有二面相等餘二面不等者

有四面各不相等者

有三面非句股而一面成句股者有兩面成句股者其句股或等或否

有四面並句股者句股立錐也以上不皆正形而皆為有法之形

一立三角形有實體有虛體

實者如臺如墻如堤虛者如井如池又如隔水測物皆自其物之平面角作直線至人目即成虛立錐體以人目為其頂銳而所測平面則其底也所作直線

皆為其稜若所測平面為四邊五邊以上皆可作對角線分為立三角錐形虛體實體並同一法

立三角又有三平面一弧面者如自地心作三直線至星宿所居之度則此三星之相距皆弧度也三弧度為邊即成弧三角形以為之底其三直綫皆大員半徑以為之稜而合于地心以為之頂銳亦立三角之虛形即弧三角錐體

若于渾球體作三大圈相交成弧三角形從三角作

為底而鋭常在心不特能眠能立亦且能倒能欹亦惟有底有鋭之正形則然若他形底無定名隨人所置眠體倒體以及他形之欹側不同而皆為有法之形者三角故也

一古法有塹堵陽馬鱉臑芻甍等法皆可以立三角處之塹堵一作壍堵

凡立方體從其面之一稜依對角斜線剖至其底相

直線至員心依此析之即成實體與上法並同一理

一立三角形有立有眠有倒有倚立者以底平安則其銳尖上指如人之立

眠者以底側立如堵牆而錐形反横如人之眠此惟正形之錐則有之既定一面為底則底在下者為立在旁者為眠如虛形則不拘正斜皆以所測為底

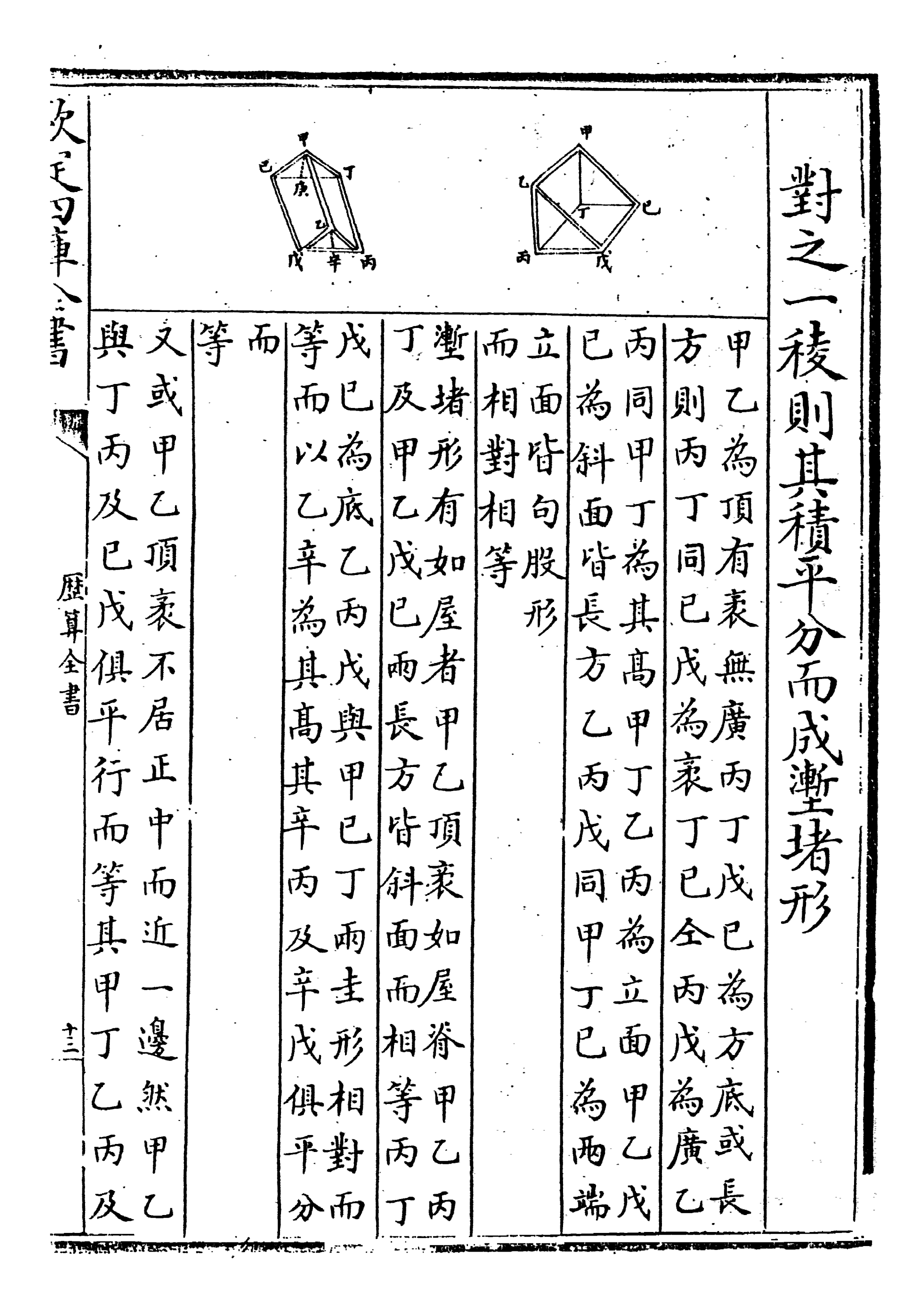
又如弧三角錐以渾員面上所成之弧三角為底以三直線輳于渾體之心為其頂銳則四面八方皆可

甲
己
丁
庚
乙
戊
辛
丙

甲己乙戊兩斜面雖有大小而並為長方形乙辛垂線不能分丙辛及辛戊為平分而必與丙戊底為十字正角則乙辛為正高

以上三者皆塹堵之正形並以高乘底折半見積何也皆立方之半體其兩端皆立三角形也第一形兩端為句股第二第三皆以乙辛中剖成兩句股

凡塹堵形亦可立可眠立者以甲乙為頂長丙丁戊己為底眠者以戊己為頂長反以甲乙丙丁為底如隔水測懸崖之類



對之一稜則其積平分而成塹堵形

甲乙為頂有袤無廣丙丁戊巳為方底或長方則丙丁同巳戊為袤丁巳仝丙戊為廣乙丙同甲丁為其高甲丁乙丙為立面甲乙戊巳為斜面皆長方乙丙戊同甲丁巳為兩端立面皆句股形而相對相等

塹堵形有如屋者甲乙頂袤如屋脊甲乙丙丁及甲乙戊巳兩長方皆斜面而相等丙丁戊巳為底乙丙戊與甲巳丁兩圭形相對而等而以乙辛為其高其辛丙及辛戊俱平分而等

又或甲乙頂袤不居正中而近一邊然甲乙與丁丙及巳戊俱平行而等其甲丁乙丙及

立方錐一 名陽馬

句股錐一 名鱉臑

陽馬形以丙丁戊己方形為底以乙為頂銳而偏居一角故乙丙直立如垂線以為之高其四立面皆成句股形故又名句股立方錐

論曰陽馬形從塹堵第一正形而分故其高線直立于一隅乃立方之楞線四面句股形因此而成是為句股方錐之正體若斜塹堵等形之分形則但可為斜立方錐而不得為句股方錐亦非陽馬

又有斜壍堵形其各綫不必平行底不必正方但俱直線則底與兩斜面皆可作對角綫以分為三角形而諸數可測實體虛體並有之于測量之用尤多

斜壍堵本為無法之形而亦能為有法之形者可析之成三角也

凡壍堵形從頂上一角依對角線斜剖之為兩則成一立方錐一句股錐

壍堵形從乙角作乙己乙丁丙對角線依線剖之則成兩形

面並成句股又丁角正方故甲丁巳平面乙丁巳斜面並成句股是四面皆句股也

故謂之句股方錐而不得僅名鱉臑

論曰鱉臑中有句股立錐猶斜立方錐中之有句股方錐也立三角皆有法之形而此二者尤可以明測量比例之理

又論曰立三角所以為有法形者謂其可施八線也而八線原為句股之比例此二者既通體皆句股所成故在有法形中尤為有法矣

斜塹堵形

分形

斜立方錐

斜立方錐者其頂不居正中然又不能正立一隅故非句股立錐而但為斜立方錐

如上二形頂既偏側底亦非方亦斜立錐形也然其立面皆三角故亦為有法之形

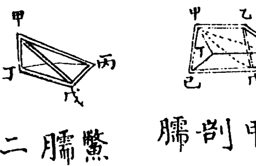
斜立方錐亦可立可眠皆可以立三角法御之但不如句股立方錐之有一定比例

鱉臑形

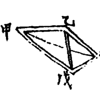
以甲乙為上袤而無廣以丁已為下廣而無袤故稱鱉臑象形也其各面或句股或不為句股而皆三角故又名三角錐

句股立錐形

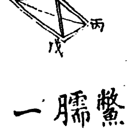
其上有袤而無廣下有廣而無袤並同鱉臑所異者甲角正方故乙甲丁立面乙甲已斜面並成句股又丁角正方故甲丁已平面乙丁已斜



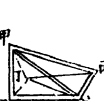
芻甍從甲丙甲戊二斜線剖之成一鼇臑一立方錐



鼇臑一



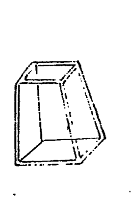
立方錐又從丁戊斜剖之成兩鼇臑



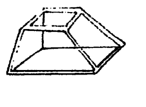
鼇臑二

鼇臑三

又有芻童者形如方臺皆立方之變體方臺面與底俱正方芻童則長方面小底大則同亦皆可分為立三角



方臺



芻童　下同

又論曰若于句股方錐再剖之即又成二句股錐而皆等積故陽馬為立方三之一句股錐則為六之一皆立方之分體也

又論曰句股方錐及句股錐皆生于塹堵故塹堵形為測量之綱要

芻甍形亦如屋而兩端漸殺故頂窄而底寬其丙丁戊己底或正方或長方甲乙頂小于丙丁或居正中或稍偏然皆與丙丁及戊己平行

芻甍葢取草屋之象乃塹堵形之一種亦可分為三鱉臑

算法

凡算立三角體須求其正高以正高乘底以三而一見積其法有三其一頂居一角其稜直立即用為正高其二頂鋭不居一角而在三角之間其三頂斜出底三邊之外並以法求其垂線為正高

假如巳甲乙丙立三角體甲乙丙為底巳為頂鋭正居丙角之上巳丙如垂線為高先以乙丙五十六尺甲乙邊六十一尺甲丙邊七十五尺求

準前論方臺作對角線並可為兩芻甍即可再分為六鼈臑即皆立三角錐也

論曰量面者必始于三角量體者必始于鼈臑皆有法之形也量面者析之至三角而止再析之仍三角耳量體者析之至鼈臑而止再析之仍鼈臑耳面之可以析為三角者即為有法之面體之可以析之為鼈臑者即為有法之體葢鼈臑即立三角之異名也量體者必以立三角非是則不可得而量

面亦成丁已丙三角形如平三角法求得已戊垂線即為正高如上法先求甲乙丙冪以乘已戊高得數為實三除見積

又法不必剖形但于形外任依一楞如丙已于庚作垂線至丙以法取庚點與已頂平行即庚丙為正高與已戊等或量得庚已橫距為句以已丙為弦求其股即得庚丙正高亦同

立三角之頂有斜出者或在底外則于已

其冪積一千六百三十尺以乘巳丙高四十尺得六萬七千二百尺為實以三為法除之得二萬二千四百尺為立三角錐體若欲知巳乙甲巳兩斜弦依句股求弦即得巳丙既直立則恒為股以股自乘冪加乙丙句冪為弦冪開方得巳乙弦又以股冪加甲丙句冪為弦冪開方得甲巳弦

若巳頂不居一角而在三角之中則巳丙非正高乃斜稜也法當分為兩形其法依丙巳稜直剖至底

以上二形乃中剖為二之象其中剖之立

假如乙庚丙甲為底丙甲與乙庚等丙乙與甲庚等或斜方或正方其巳庚一稜正立如垂則即為正高正高乘方底三除之即體積也若從甲乙對角線分其底為均半又依甲巳甲乙二稜從頂直剖之至底則分為兩三角形而各得其積之半矣（底既平分為兩則其積亦平分為兩）其巳庚乙甲形與巳甲乙丙形既皆半積則相等而庚乙甲底與甲乙丙底又等則其高亦等而巳庚乙甲形

頂作垂線至庚與甲乙丙底平行乃任用相近一稜如己乙為弦量庚乙之距為句依法求其股得己庚為其正高以乘底三除見積

問己頂既居形外己庚何以得為正高也曰此易知也但補作甲庚虛線成四邊形為底則為四稜立錐而己庚為其正高甲乙丙底乃其底之分也亦必以己庚為正高矣

三直線測之則立三角錐形矣所測有四點當以四直線測之則四稜立錐形矣兩測則又為塹堵形矣故測量之法可以求線也

又論曰用立三角以量體者所用者仍平三角也而用三角以量面者所用者仍句股也吾是以知聖人立法之精深廣大

既以已庚為高矣則已甲乙丙形之高非已庚而何

又論曰量體積者必先知面猶量面冪者必先知綫也然則量體者亦先知線矣是故量體之法可轉用之以求線也量體者有先知之面冪有求而得之面冪夫求之而得面者必先求其面冪之界界即線也故量體之法可用之以求線也何謂以量體之法求綫曰測量是也前論立三角有虛體為測量之用夫虛體者無體者無體而有線如實體之有稜故可以量體之法求之也如所測之物有三點即成三邊三角當以

卯乙為渾圜半徑（卯為渾圜之心）亢戊為四十五度切線與卯乙同度同為橫邊 亢卯為乙角割線與戊乙同度同為直邊

亢氐戊丁為塹堵立面 其形橫長方

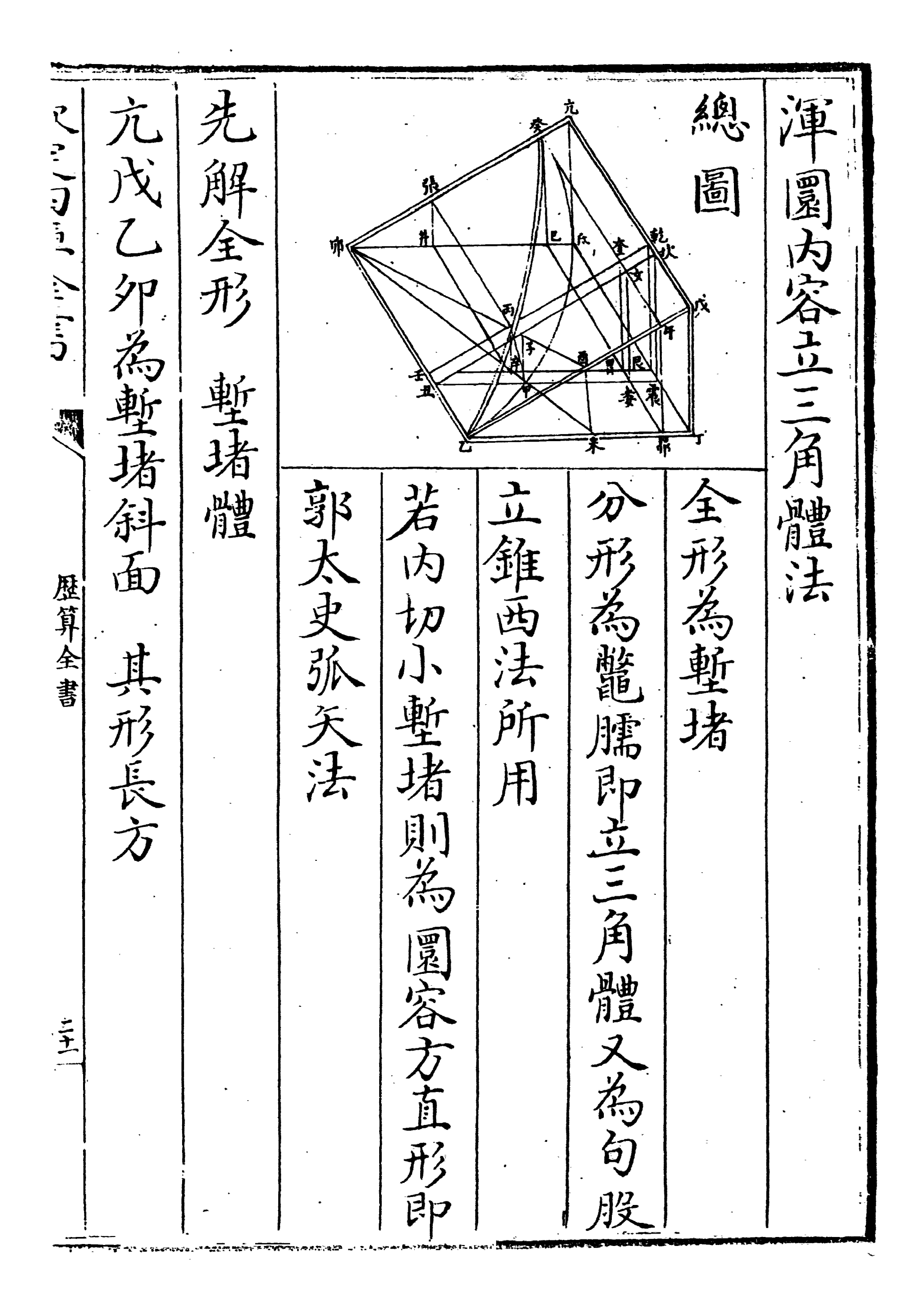
亢氐者乙角切線也與戊丁同度以為之高 亢戊及氐丁皆四十五度切線與半徑同度以為之濶

亢氐卯戊丁乙皆塹堵兩和之牆 其形皆立句股

氐卯同丁乙皆半徑為句 亢氐同戊丁皆乙角切

渾圜内容立三角體法

總圖



全形為塹堵

分形為鼈臑即立三角體又為句股

立錐西法所用

若内切小塹堵則為圜容方直形即

郭太史弧矢法

先解全形　塹堵體

亢戊乙卯為塹堵斜面　其形長方

赤道全圈居其底

次依二分二至從北極十字剖之又成四小立方各得原立方八之一而小立方内各容渾圜分體八之一此小立方有一角之楞直立為北極之軸上為北極下即渾圜心夘角也其立方根皆渾圜半徑

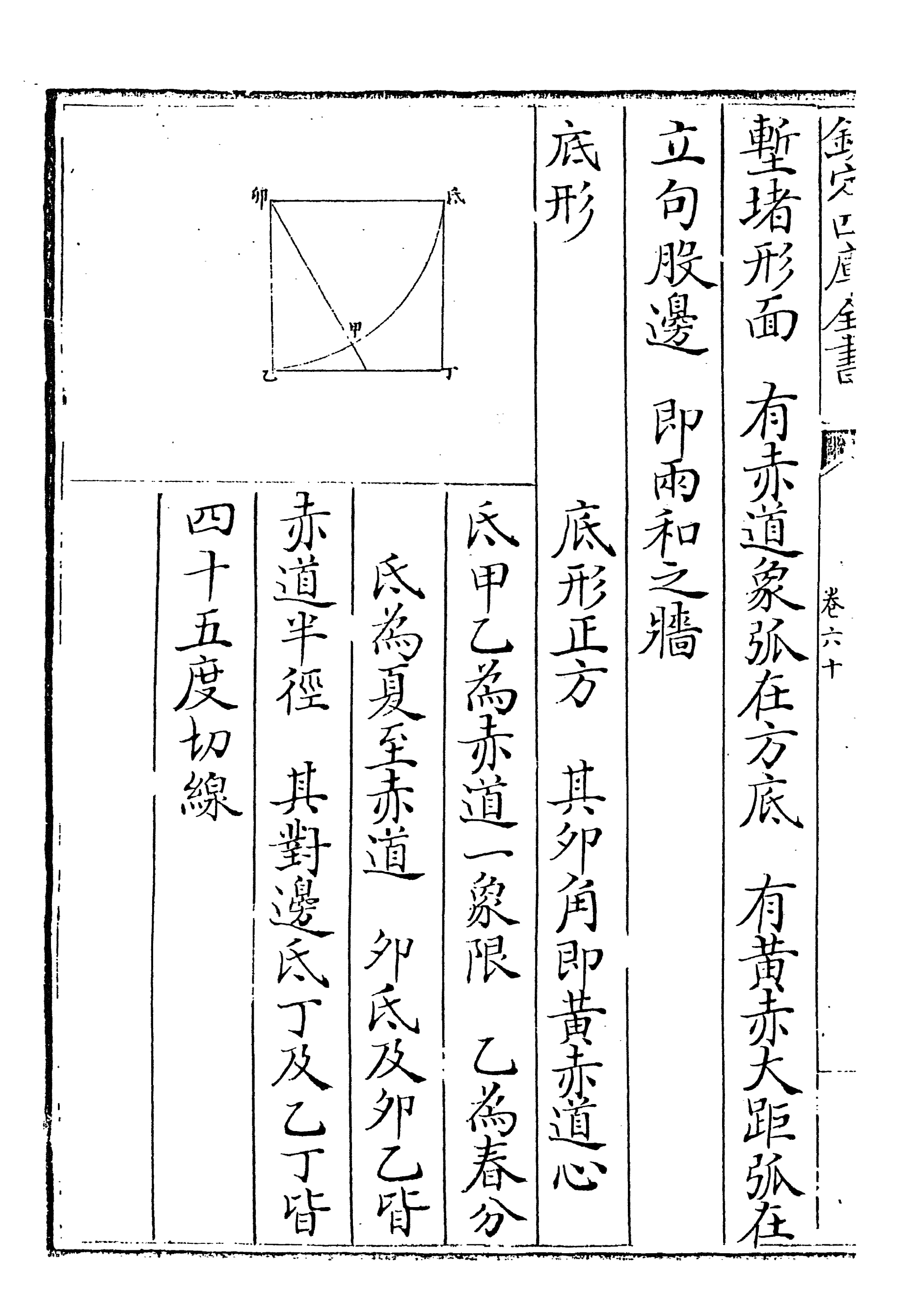
次依黄赤道大距取切線為高作横線于小立方夏至之一邊即亢戊線

次依亢戊横線斜剖至對邊之足則成塹堵矣對邊之足即夘

線為股　亢夘同戊乙皆乙角割線為弦
夘乙丁氐為塹堵之底　其形正方
　夘乙及夘氐皆渾圜半徑其對邊悉同
法曰先為立方體以容渾球使北極在上南極在下皆
正切于立方底葢之中心則赤道平安而赤道之二分
二至亦皆在立方四面之中心矣
次依赤道横剖方體為均半而用其上半為半立方容
半渾圜形則二分二至皆在半立方之底線各中心而

塹堵形面　有赤道象弧在方底　有黄赤大距弧在立句股邊　即兩和之牆

底形



底形正方　其夘角即黄赤道心

氐甲乙為赤道一象限　乙為春分

氐為夏至赤道　夘氐及夘乙皆

赤道半徑　其對邊氐丁及乙丁皆

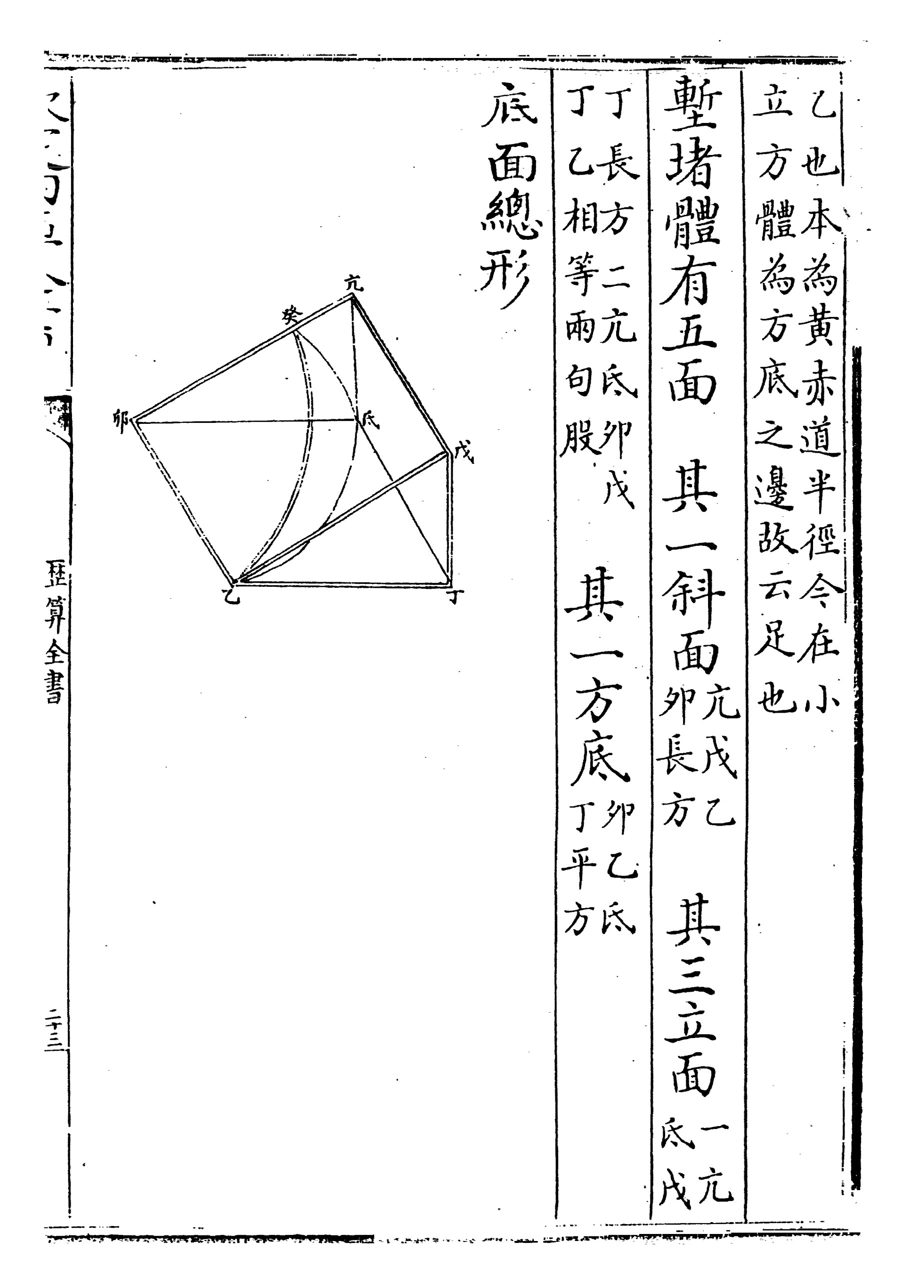
四十五度切線

乙也本為黃赤道半徑令在小立方體為方底之邊故云足也

塹堵體有五面　其一斜面亢戊乙卯長方　其三立面一亢氐戊

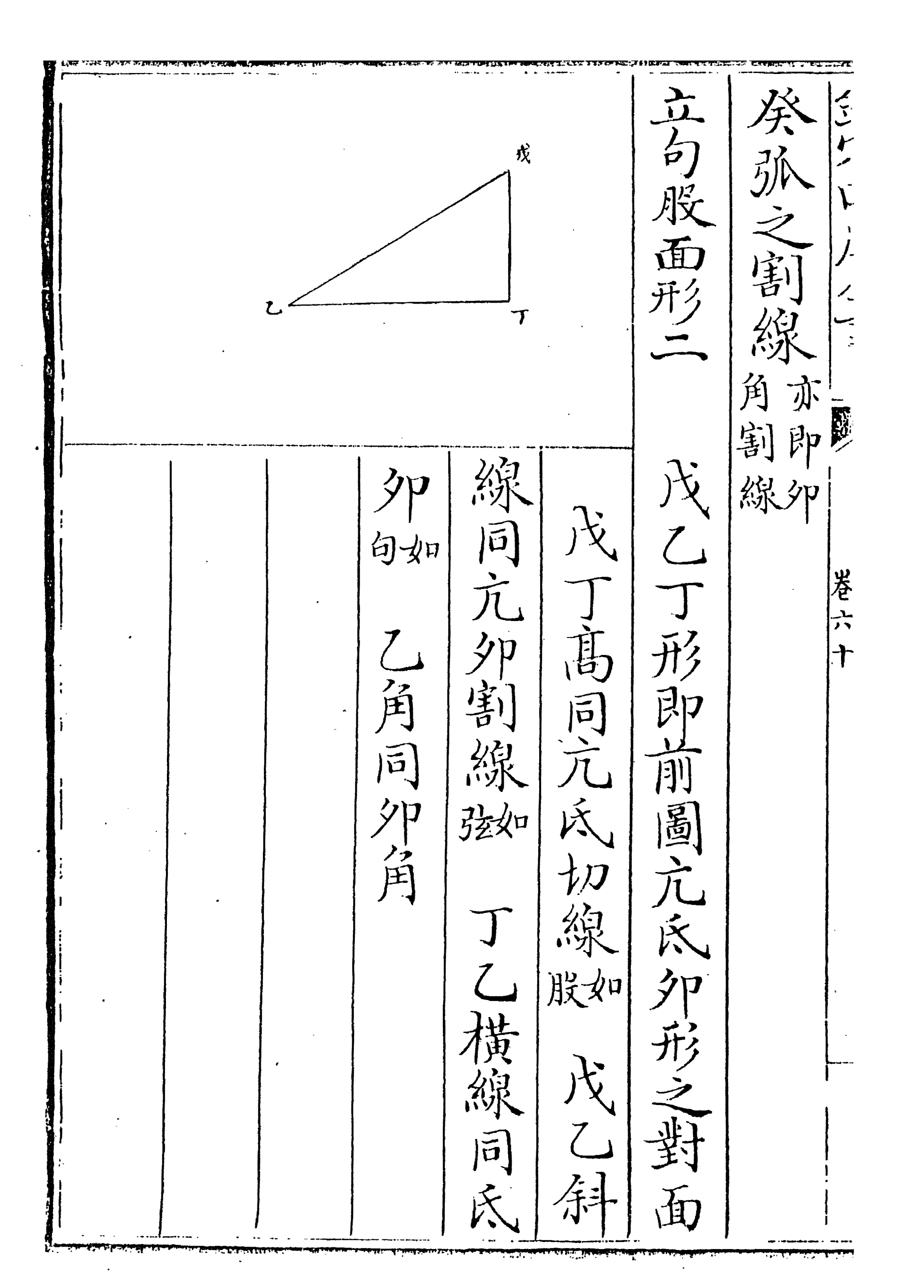
丁長方二亢氐卯戊丁乙相等兩句股　其一方底卯乙氐丁平方

底面總形



癸弧之割線亦即卯角割線

立句股面形二



戊乙丁形即前圖亢氐卯形之對面

戊丁高同亢氐切線如股　戊乙斜線同亢卯割線如弦　丁乙横線同氐卯如句　乙角同卯角

立句股面形一

立句股之面有二一亢氐卯一戊丁乙皆同角同邊　亢氐卯形內有氐癸弧為夏至黃赤大距二十三度半强　氐卯為赤道半徑　癸卯為黃道半徑

卯角為黃赤大距角氐癸弧之角　亢氐者氐癸弧之切線亦即卯角切線　亢卯者氐癸弧之割線亦即卯角割線

上切線氐丁相應

立面形

立面形亦長方其勢直立　亢戊及氐丁二邊為其濶皆四十五度切線與半徑同度　亢氐及戊丁為其高皆二十三度半之切線夏至黄赤大距切線以亢戊邊度起斜面之亢戊邊而成角體仍以氐丁邊聯于方底之氐丁邊則其形直立矣

又有黃道象弧在斜面

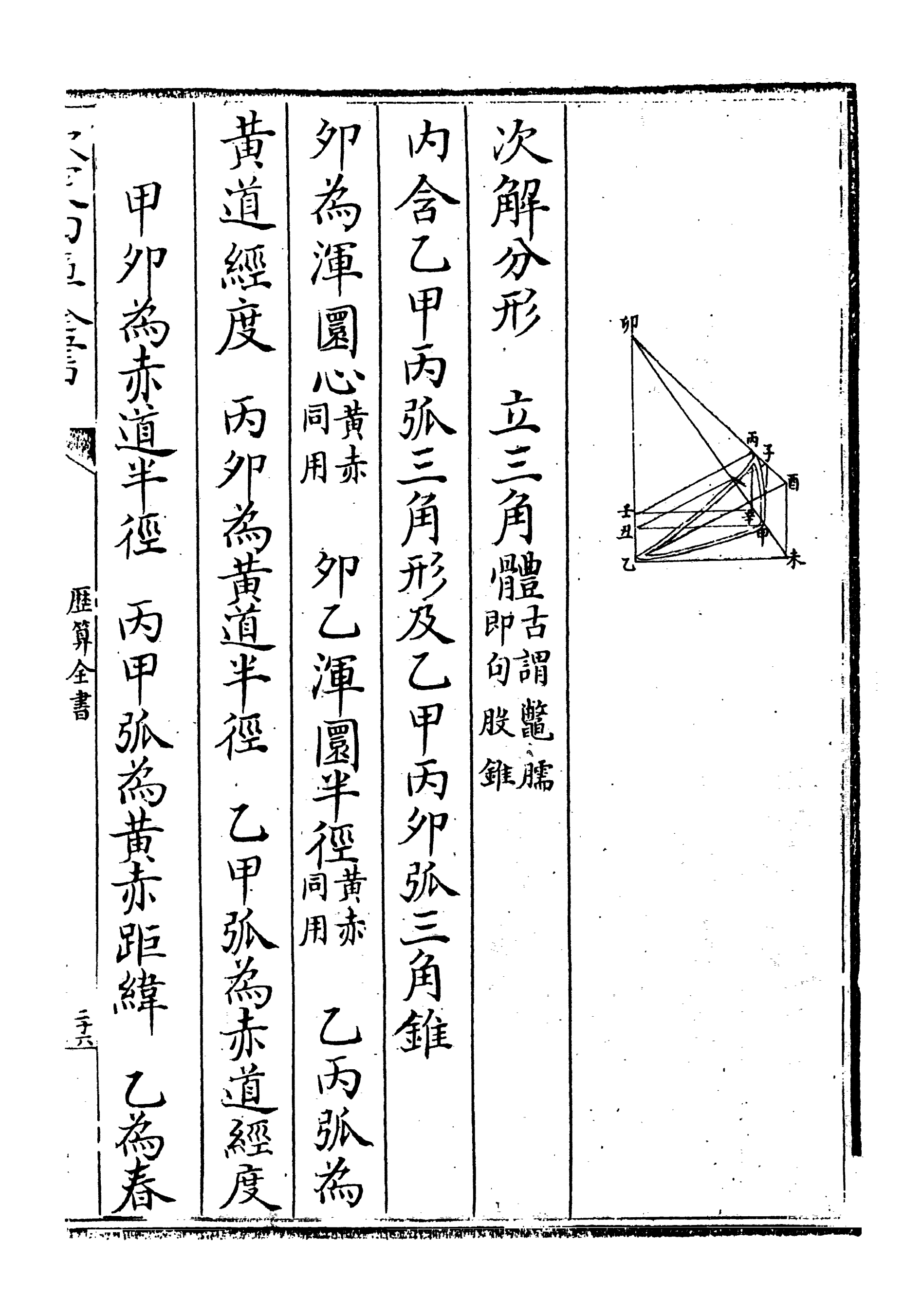
斜面形

斜面形長方（其斜立之勢依黃道）其夘角為黃道心（即赤道心）乙丙癸為黃道一象限　乙為春分（與赤道同用）癸為黃道夏至　夘癸及夘乙皆黃道半徑（內夘乙與赤道同用）亢夘為二十三度半強之割線（夏至黃赤大距割線）其相對戊乙邊與亢夘割線同度

亢戊邊與夘乙半徑相對同度乃四十五度之切線（與底

分點　酉乙未角為春分角二十三度半與二至大距之緯度相應此角不動　丙為所設黄道度距春分後之點此點移則丙之交角變而諸數皆從之而變

法曰于前圖全形塹堵斜面黄道象弧内尋所設黄道經度自春分乙起數設度至丙從丙向圜心夘作丙夘半徑遂依半徑引長至塹堵之邊酉成酉夘直線依酉夘直線直剖至底未夘線為底成酉未乙夘立三角體酉未線為邊此立三角體有四面而皆句股故又曰句股立錐



次解分形　立三角體古謂鼈臑即句股錐

内含乙甲丙弧三角形及乙甲丙卯弧三角錐

卯為渾圜心黃赤同用　卯乙渾圜半徑黃赤同用　乙丙弧為黃道經度　丙卯為黃道半徑　乙甲弧為赤道經度

甲卯為赤道半徑　丙甲弧為黃赤距緯　乙為春

割線也未乙赤道乙甲弧之切線也而未夘則其割線也惟酉未垂線於八線無當今名之曰錐尖垂線亦曰錐尖柱亦曰外線以其離於渾圜之體也

句股面有四而用者一酉未乙也以其能與乙角之大句股為比例也

楞線六而用者二酉乙及未乙也以其為二道之切線為八線中有定數可為比例也

第一層句股比例圖

立句股之錐尖為酉

其斜面為酉乙卯句股形乙正角乙卯為句　乙酉為股酉卯為弦

其立面二

一為酉未乙句股形未正角未乙為句　酉未垂線為股酉乙為弦

一為酉未卯句股形未正角未卯為句　酉未垂線為股酉卯為弦

其底為未乙卯句股形乙正角乙卯為句　未乙為股未卯為弦

以上四句股面凡楞線六

卯乙半徑也酉乙黄道丙乙弧之切線也而酉卯則其

解曰丁乙與氐昴同大則皆赤道半徑也戊乙與亢卯同大則皆乙角割線也牛乙與癸卯同大皆黃道半徑昴乙與巳卯同大皆乙角餘弦也　從乙窺卯則成一點而乙角卯角合為一角其角之割線餘弦盡移于塹堵之第一層而同在一立面為句若弦　觀總圖自明

以赤道求黃道

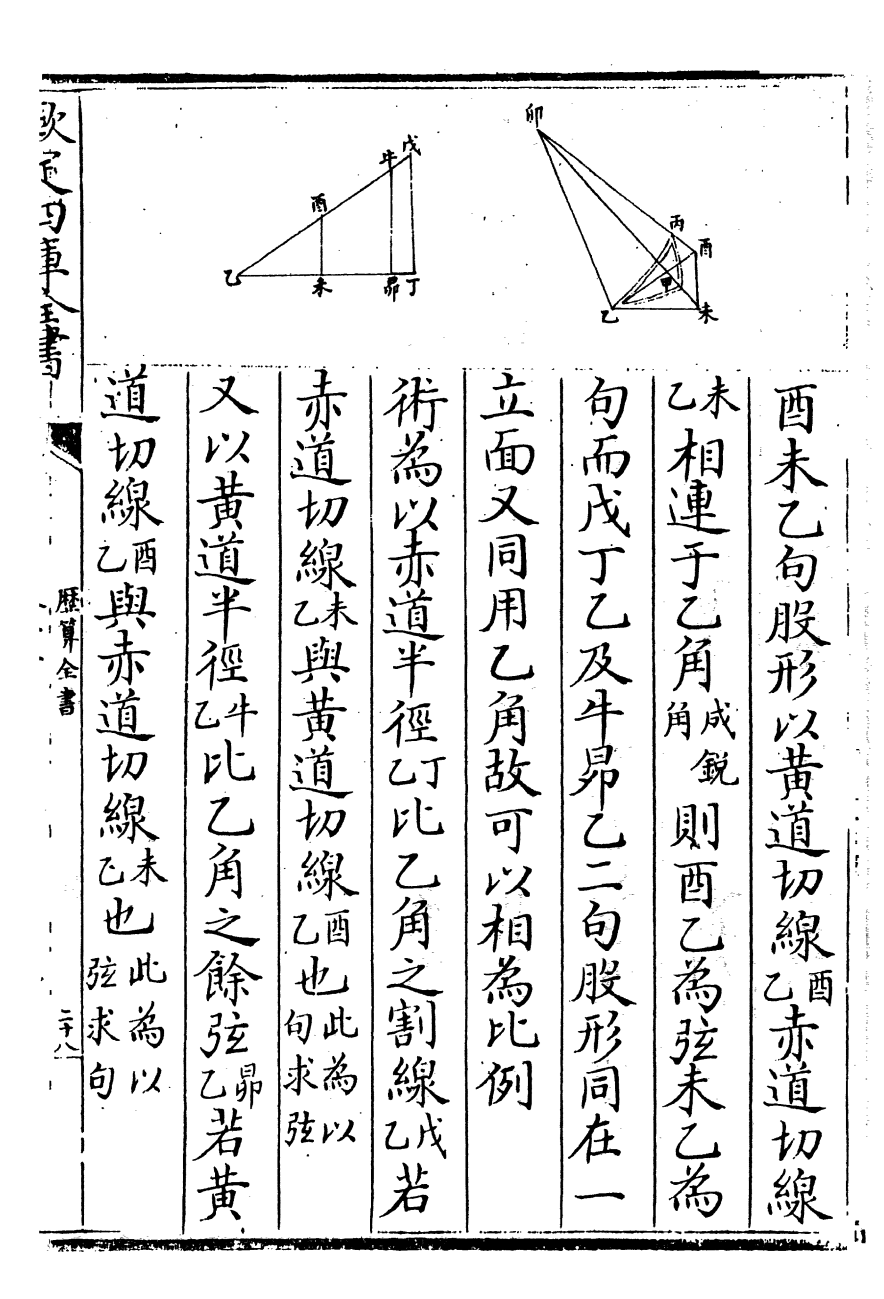
一　赤道半徑

二　乙角割線

以黃道求赤道

一　黃道半徑

二　乙角餘弦



酉未乙句股形以黃道切線酉乙赤道切線未乙相連于乙角成銳角則酉乙為弦未乙為句而戊丁乙及牛昴乙二句股形同在一立面又同用乙角故可以相為比例

術為以赤道半徑丁乙比乙角之割線戊乙若赤道切線未乙與黃道切線酉乙也此為以句求弦

又以黃道半徑牛乙比乙角之餘弦昴乙若黃道切線酉乙與赤道切線未乙也此為以弦求句

子甲丑句股形以黃赤距度之切線子甲赤道之正弦甲丑相連于甲成正角則子甲為股甲丑為句而與坎震丑及女婁丑二句股形同在一立面又同丑角故可相求

術為以赤道半徑震丑比乙角之切線坎震若赤道正弦甲丑與距度之切線子甲也是為以句求股

又為以乙角之正弦女婁與乙角餘弦婁丑若距度之切線子甲與赤道之正弦甲丑也是為以股

三 赤道切線　三 黃道切線

四 黃道切線　四 赤道切線

若求角者反用其率

一 赤道切線 半徑

二 黃道切線

三 半徑 赤道餘切

四 乙角割線

又法

一 黃道切線 半徑

二 赤道切線

三 半徑 黃道餘切

四 乙角餘弦

第二層句股比例圖

三　赤道正弦　三　距度切線　三　距度切線

四　距度切線　四　赤道正弦　四　赤道正弦

若求角則反用其率　又法

一　距道切線　半徑　一　赤道正弦　半徑

二　赤道正弦　二　距度切線

三　半徑　距度餘切　三　半徑　赤道餘割

四　乙角餘切　四　乙角切線

第三層句股比例圖

求
句

解曰震丑即氐夘赤道半徑也坎震即亢氐乙角之切
線也女婁即癸巳而婁丑即巳夘乙角之正弦餘弦也
從乙窺夘則乙丑夘成一㸃而合為一角其角之切
線正弦餘弦盡移于塹堵第二層立面為句與股
以赤道求距度　以距度求赤道　又法

一　半徑　一　乙角正弦　一　乙角切線　半徑

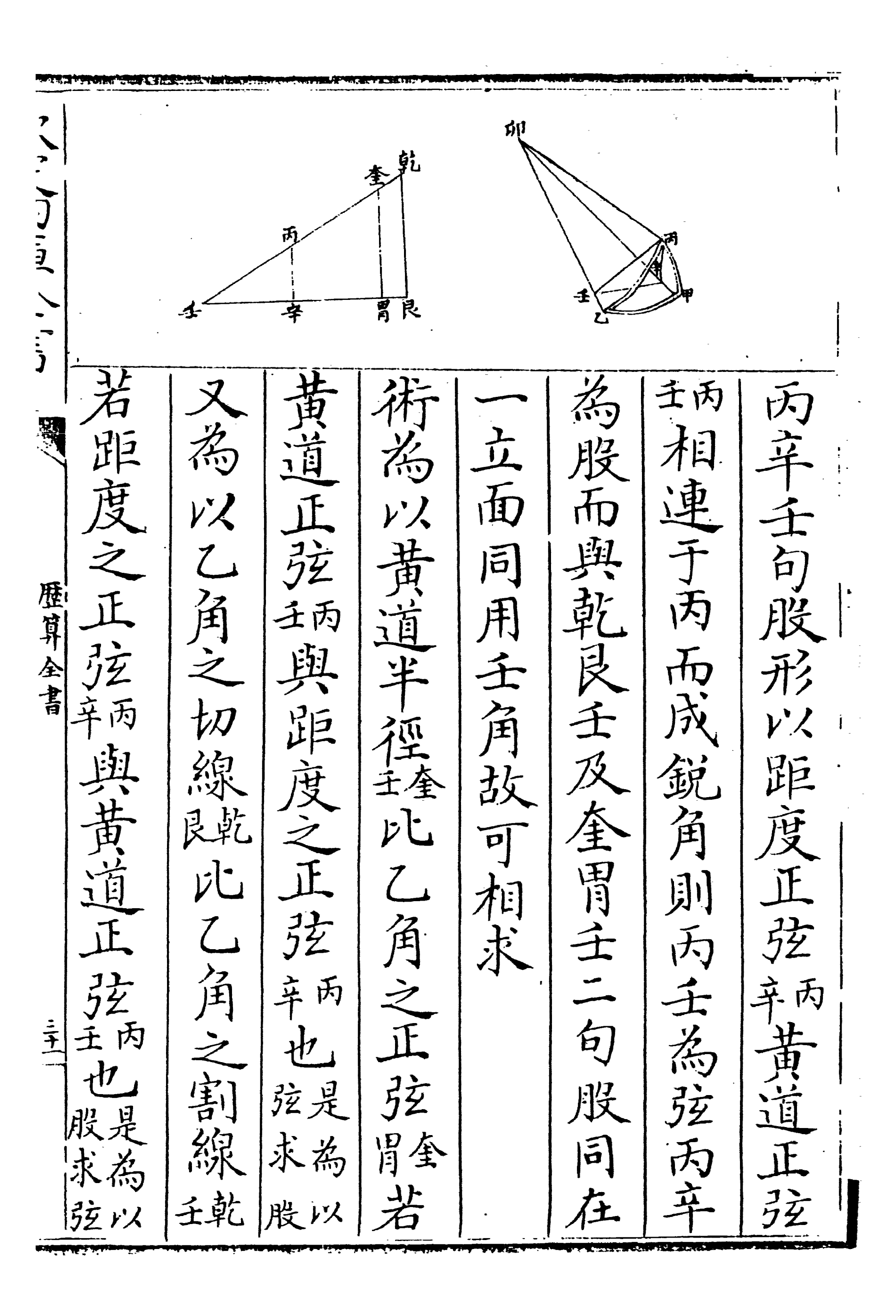
二　乙角切線　二　乙角餘弦　二　半徑　乙角餘切

解曰奎壬即癸夘黄道半徑也奎胄即癸巳距度正弦也乾艮即亢氐而乾壬即亢夘則乙角之切線割線也從乙窺夘則乙丑壬夘半徑因直視成一點而合為為一角其角之正弦切割線盡移于塹堵之第三層立面以為弦為股

以黄道求距度　以距度求黄道　又法

一　半徑　一　乙角切線　一　乙角正弦　半徑

二　乙角正弦　二　乙角割線　二　半徑　乙角餘割



丙辛壬句股形以距度正弦丙辛黄道正弦丙壬相連于丙而成鋭角則丙壬為弦丙辛為股而與乾艮壬及奎胃壬二句股同在一立面同用壬角故可相求

術為以黄道半徑奎壬比乙角之正弦奎胃若黄道正弦丙壬與距度之正弦丙辛也是為以弦求股

又為以乙角之切線乾艮比乙角之割線乾壬若距度之正弦丙辛與黄道正弦丙壬也是為以股求弦

法曰依前論從丙點對卯直割至底則截黄道于丙截赤道于甲得丙乙及甲乙二弧所剖渾圜之跡又成丙甲弧（為兩道距緯）三弧相湊成丙甲乙弧三角面　丙卯甲卯乙卯卯同為半徑三半徑為楞輳于卯心卯為三角之

三 黃道正弦 三 距度正弦 三 距度正弦

四 距度正弦 四 黃道正弦 四 黃道正弦

若求角則反用其率 又法

一 距度正弦 半徑 一 黃道正弦 半徑

二 黃道正弦 二 距度正弦

三 半徑 距度餘割 三 半徑 黃道餘割

四 乙角正割 四 乙角正弦

弧三角錐體（即割渾圓體之一分）

尖乙甲丙弧三角面為底戌乙甲丙卯弧三角錐體為割渾圜體之一分也

此弧三角錐體含于句股立錐體内準前論可以明之

因此弧三角錐與句股錐同鋭尖卯異底一以弧三角面為底一以句股平面為底故以弧三角變為句股以求其比例而有三法即前條所論三層句股

其一為酉未乙句股形

用酉乙弦為黄道丙乙弧切線未乙句為赤道乙甲弧切線以當乙角之

弦與句

其一為子甲丑句股形

用子甲股為距度丙甲弧切線甲丑句為赤道乙甲弧正弦以當乙角之

股與句

其一為丙辛壬句股形

用丙辛股為距度丙甲弧在弦丙壬弦為黄道丙乙弧正弦以當乙角之

股與弦

問兩弧求一弧非句股錐乎與此所用同耶異耶曰形

不異也乃法異耳何言乎法異曰句股錐一也而有用角不用角之殊此用角度其句股在錐形之底以卯心為錐形之銳則三層句股皆為其底而遂對渾體之心以視法成比例兩弧求一弧不用角度其句股同在錐形之一面無假視法自成比例所以不同然其為句股之比例一而已矣

然則兩弧求一弧惟用割線餘弦此所用者惟正弦切線又何不同若是耶曰角之句股在心如卯亢氐等形皆依極至交圈平剖渾圓成平面其象始著是在渾圓之心與為比例之句股在面如酉未乙等形

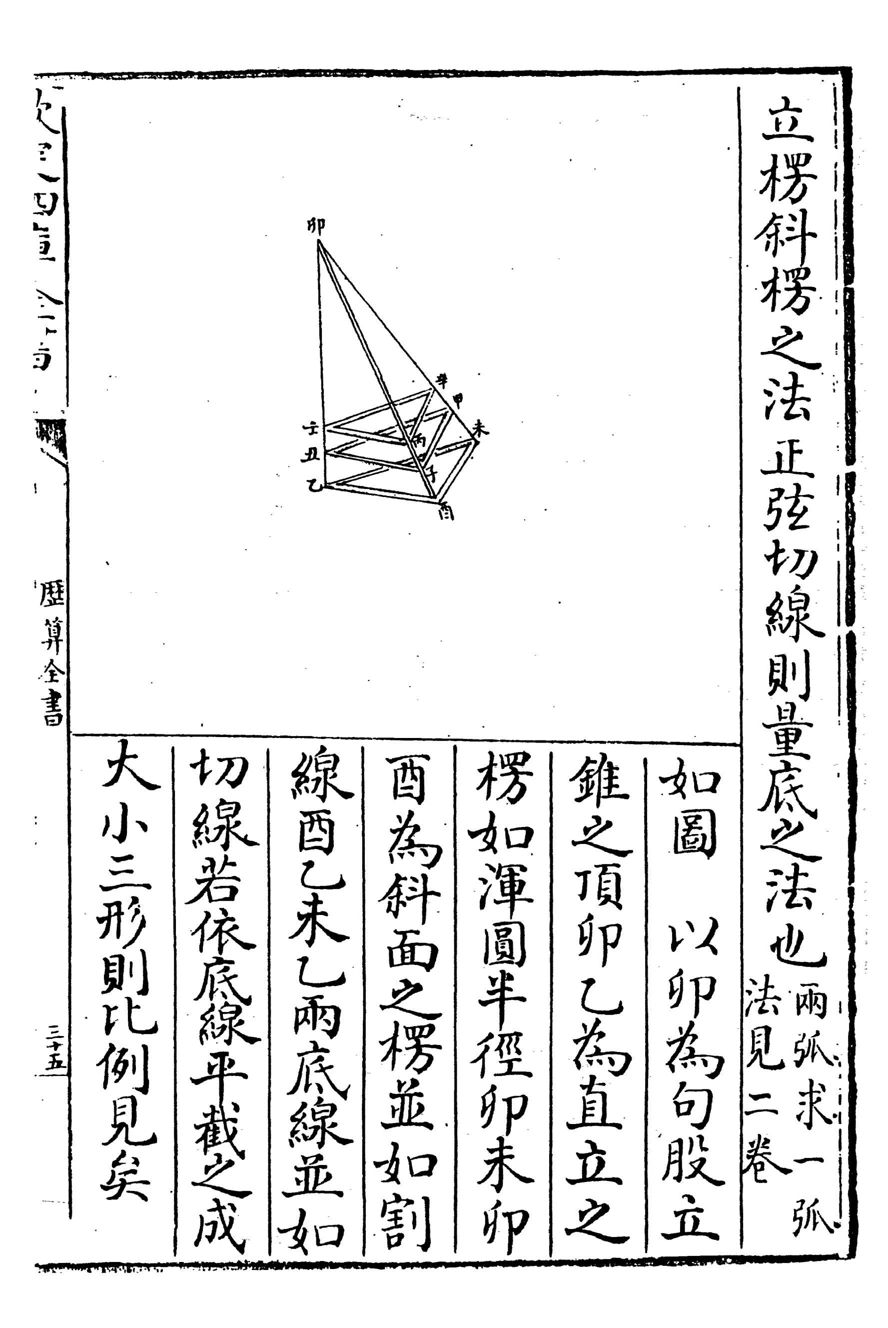
皆以一角連於渾圜之面二者相離以視法相叠如一平面然惟正弦切線能與之平行從四面平視則設度之正弦切線皆與渾圜中割之平面諸線平行若割線餘弦皆非平行因視法而蹐縮失其本象或斜對則長線成短線或對視則直線成一點不能為比例無所用之矣若兩弧求一弧則其句股自相絜疊於一平面平立斜三面各具三句股而如相絜疊並以一大句股橫截成三皆以本數自相為比例全不關于視法故無蹐縮而其算皆割線餘弦所成于正弦切線反無所取所以不同　若以量體之法言之割線餘弦為量

剖渾圜用餘度法

塹堵內割句股方錐之眡體

乙丙黃道弧在四十五度以上求甲乙赤道弧即同升度

依前法　半徑癸卯亦即庚乙與乙角春分之餘弦乙壬亦即卯己若乙丙黃道之切線尾乙與乙甲赤道之切線箕乙



立楞斜楞之法正弦切線則量底之法也兩弧求一弧法見二卷

如圖　以卯乙為句股立錐之頂卯乙為直立之楞如渾圓半徑卯未卯酉為斜面之楞並如割線酉乙未乙兩底線並如切線若依底線平截之成大小三形則比例見矣

此法無誤但如此則兩切線大于塹堵須引之于形外是以小比例例大比例也若至八十度切線太大不可作圖矣

今改用餘度　法自卯渾圜心過黃道設弧丙作線至酉剖至底以乙丙黃道之餘弧癸丙取其切線于斜面如癸斗又以乙甲赤道之餘弧甲氐取其切線于底如氐末即以氐末移至斜面之楞如亢酉變立句股尾箕乙

為平斜句股（酉亢卯及斗癸卯兩形皆相似）法為半徑（癸卯）與乙角之正割線（乙角即卯角其割線戊乙亦即卯亢）若乙丙黃道之餘切線（癸斗）與乙甲赤道之餘切線也（亢酉亦即氐未）

按此法從亢戊邊剖塹堵成句股方錐之眡體其剖形以亢氐酉未長方形為底以卯為錐尖以斜面之卯亢酉句股形及平面之卯氐未句股形為相對之二邊又以卯氐亢之立面句股形及卯未酉之斜立面句股形為相對之二邊其四面皆句股其底

長方而以卯爲尖故曰眠形

不直曰方錐者以面皆句股而卯氐線正立故不得

僅云陽馬謂之句股方錐可也亦如句股錐立三角

不得僅謂鼈臑

兼用割線起筭春分又西歴之理也葢義取適用原無中外之殊筭不違天自有源流之合敬存此稿以質方來其授時歴側視平視之圖詳具別卷

塹堵測量二

句股錐形序（即兩弧求一弧）

正弧三角之法即郭太史側視圖也郭法以側視取立句股又以平視取平句股故有圓容方直之法而不須用角西法專以側視之圖為用故必用角用角即用弧也惟其用角故所用者皆側立之句股也余此法則兼用平立斜三種句股而其大小句股之比例並在一平面尤為明白易見而不更言角既與授時之法相通其

道之半徑壬卯為丙乙黃道之餘弦（以丙壬為其正弦故）丑卯為甲乙赤道之餘弦（以甲丑為其正弦故）辛卯為丙甲距度之餘弦（以丙辛為其正弦故）子卯為丙甲割線（以子甲為切線知之）酉卯為丙乙割線（以酉乙為切線知之）未卯為甲乙割線（以未乙為切線知之）

斜面酉乙卯及子丑卯及丙壬卯皆句股形乙丑壬皆正角又同用卯角角之弧為丙乙黃道　平面未乙卯及甲丑卯及辛壬卯皆句股形乙丑壬皆正角又同用卯角角之弧為甲乙赤道　立面酉未卯及子甲卯及

正弧三邊形以兩弧求一弧法句股錐形之理

用割線餘弦以弧度求弧度而不言角其理與郭法相通

丙甲乙三角弧形　甲為正角

卯為渾員心丙乙為黃道距春分之一弧甲乙為赤道同升之弧丙甲為黃赤距度即過極圈之一弧丙卯為黃道半徑甲卯為赤道半徑卯乙為黃赤兩

一　半徑　乙卯大句
二　甲乙餘弦　丑卯小句
三　丙乙割弦　酉卯大弦
四　丙甲割線　子卯小弦

斜面四率圖

反之則赤道餘弦與半徑若距度割線與黃道割線

一　甲乙餘弦　丑卯小句
二　半徑　乙卯大句
三　丙甲割線　子卯小弦
四　丙乙割線　酉卯大弦

又更之則黃道割線與半徑若距度割線與赤道餘弦

丙辛卯皆句股形未甲辛皆正角又同用卯角角之弧為丙甲距度其又一立面酉未乙及子甲丑及丙辛壬三句股形為切線正弦所作兹不論

論曰因諸線成平面句股形為底兩立面句股形為牆斜面句股形為面則四面皆句股形矣而酉未聯線及子甲切線丙辛正弦皆直立上對天頂下指地心故謂之句股錐形也既成句股則其相等之比例可以相求

用法

半徑與赤道之餘弦若黄道之割線與距度之割線

一　丙甲割線　子卯大弦　二　半徑　丙卯小弦

三　甲乙餘弦　丑卯大句　四　丙乙餘弦　壬卯小句

又更之則黄道餘弦與半徑若赤道餘弦與距度割線

一　丙乙餘弦　壬卯小句　二　半徑　丙卯小弦

三　甲乙餘弦　丑卯大句　四　丙甲割線　子卯大弦

右取斜面丙壬卯子丑卯二句股形以丙卯半徑偕一割線兩餘弦而成四率

半徑與赤道割線若距度割線與黄道割線

一 丙乙割線 酉卯大弦 二 半徑 乙卯大句

三 丙甲割線 子卯小弦 四 甲乙餘弦 丑卯小句

右取斜面酉乙卯子丑卯兩句股形以乙卯半徑為比例僃一餘弦兩割線而成四率

半徑與距度之割線若黄道之餘弦與赤道之餘弦

一 半徑 丙卯小弦 二 丙甲割線 子卯大弦

三 丙乙餘弦 壬卯小句 四 甲乙餘弦 丑卯大句

反之則距度割線與半徑若赤道餘弦與黄道餘弦

一　丙甲割線　子卯小弦　二　半徑　甲卯小句
三　丙乙割線　酉卯大弦　四　甲乙割線　未卯大句
右取立面酉未卯子甲卯二句股形以甲卯半徑偕
三割線而成四率
半徑與黄道餘弦若赤道割線與距弧餘弦
一　半徑　乙卯大句　二　丙乙餘弦　壬卯小句
三　甲乙割線　未卯大弦　四　丙甲餘弦　辛卯小弦
更之則黄道餘弦與半徑若距弧餘弦與赤道割線

一　半徑　　甲卯小句
二　甲乙割線　未卯大句
三　丙甲割線　子卯小弦
四　丙乙割線　酉卯大弦

立面四率圖

平面四率圖

更之則赤道割線與半徑若黃道割線與距度割線

一　甲乙割線　未卯大句　二　半徑　甲卯小句
三　丙乙割線　酉卯大弦　四　丙甲割線　子卯小弦

又更之則距度割線與半徑若黃道割線與赤道割線

一　半徑　甲卯大弦
二　丙甲餘弦　辛卯小弦
三　甲乙餘弦　丑卯大句
四　丙乙餘弦　壬卯小句

平面四率圖

更之則距度餘弦與半徑若黄道餘弦與赤道餘弦

一　丙甲餘弦　辛卯小弦　二　半徑　甲卯大弦
三　丙乙餘弦　壬卯小句　四　甲乙餘弦　丑卯大句

又更之則赤道餘弦與半徑若黄道餘弦與距度餘弦

一　丙乙餘弦　壬卯小句　二　半徑　乙卯大句

三　丙甲餘弦　辛卯小弦　四　甲乙割線　末卯大弦

又更之則赤道割線與半徑若距弧餘弦與黄道餘弦

一　甲乙割線　末卯大弦　二　半徑　乙卯大句

三　丙甲餘弦　辛卯小弦　四　丙乙餘弦　壬卯小句

右取平面末乙卯辛壬卯二句股形以乙卯半徑偕

兩餘弦一割線而成四率

半徑與距度餘弦若赤道餘弦與黄道餘弦

更之則黄道割線與半徑若赤道割線與距弧餘弦

一　丙乙割線　酉卯大弦　二　半徑　丙卯小弦

三　甲乙割線　未卯大句　四　丙甲餘弦　辛卯小句

又更之則距弧餘弦與半徑若赤道割線與黄道割線

一　丙甲餘弦　辛卯小句　二　半徑　丙卯小弦

三　甲乙割線　未卯大句　四　丙乙割線　酉卯大弦

右取立面酉未卯丙辛卯二句股形以丙卯半徑偕兩割線一餘弦而成四率

一　甲乙餘弦　丑卯大句　二　半徑　甲卯大弦

三　丙乙餘弦　壬卯小句　四　丙甲餘弦　辛卯小弦

右取平面甲丑卯辛壬卯二句股以甲卯半徑偕三餘弦而成四率

半徑與黄道割線若距弧餘弦與赤道割線

一　半徑　丙卯小弦

二　丙乙割線　酉卯大弦

三　丙甲餘弦　辛卯小句

四　甲乙割線　未卯大句

立面四率圖

緯各線俱在立面　外立面為黄赤兩切線之界

論曰此即郭若思太史員容方直之理也太史法從二至起筭先求大立句股依距至黄道度取其正半弦為界直切至赤道平面截黄赤道兩半徑成小立句股以此為法求得平面大句股則赤道之正半弦也其直切兩端下垂之跡在二至半徑者既成小立句股其在所求本度者又成斜立句股此斜立句股之股則本度黄赤距度之正半弦也于是直切之跡有黄道正半弦為

作立三角儀法 即句股錐形

法以堅楮依各線畫成句股而摺輳之則各線之在渾員者具可覩矣　任取黃道之一弧為例則各弧並同

展形

展之則成四句股

合形

合之則成立錐

底上甲乙弧赤道同升度也赤道各線俱在平面為底面上丙乙弧黃道度也黃道各線俱在斜面立面丙甲弧度黃赤距緯也距

其上下之横長有黄赤距度之正半弦為兩端之直濶成直立之長方形而在渾體之中故曰弧容直濶也此側立長方之四角各有黄赤道之徑為其楞以直湊渾體之心成眡體之句股方錐句股方錐者底雖方而錐尖偏在一楞則其四面皆成句股此郭太史之法也今用八線之法以句股御渾體其意略同但其法主於用角故從二分起算遂成立句股錐形立句股錐形亦可以卵心為錐尖是為眡體錐形如此則兩錐形之尖皆

在員心{一郭法一今法}而可通為一法是故用郭太史法則以句股方錐為主而句股錐形其餘度所成之餘形今以句股錐形為主則員容直濶所成句股方錐又為餘度餘形矣然則此兩法者不惟不相違而且足以相法古人可作固有相視而笑莫逆於心者矣余竊怪夫世之學者入主出奴不能得古人之深而輕肆詆訶者皆是也吾安得好學深思其人與之上下其議哉

句股方錐序

塹堵虛形以測渾員原有二法一為句股錐形一為句股方錐其句股錐之法嚮有嵩法方錐之法亦略見於諸篇而未暢厥旨故復著之其法以弧求弧而不求角與句股錐同而起算二至則郭太史本法矣方錐與錐形互相為正餘故亦可以算距分之度也

為所設各度之黄赤距緯即過極圈之一弧卯為渾圓心

黄道癸丙之正弦丙張餘弦張卯正矢癸張切綫癸斗割綫斗卯

赤道氐甲之正弦甲庚餘弦庚卯正矢氐庚切線氐室割綫室卯

大距度癸氐之正弦癸巳餘弦巳卯正矢氐巳切綫氐亢割綫亢卯

距緯丙甲之正弦丙辛餘弦辛卯正矢甲辛切綫甲子

算黄赤道及其距緯以兩弧求一弧又法用句股方錐形亦塹堵形之分以八綫法立算起數二至本郭法史員容方直之理而稍廣其用亦不言角

如圖癸為二至黄道癸丙為距至黄道之一弧如所設氐為二至赤道氐甲為距至赤道之一弧與癸丙黄道相應癸氐為二至黄赤大距弧二十三度半强丙甲

割綫子卯

論曰因諸綫成各句股形為句股方錐之面其銳尖皆會於卯心又成方直形以為之底遂成句股方錐之眡體

一斜平面有黃道弧諸綫成句股形二（一丙張卯 一斗癸卯）又有相應之赤道諸綫亦成句股形二（一壁亢卯 一子房卯）四者皆形相似而比例等

一平面有赤道弧諸綫成句股二（一甲庚卯 一室氐卯）又有相應

之黄道諸綫亦成句股二（一辛井卯　一亥巳卯）四者皆形相似
而比例等
一立面有大距弧諸綫成句股二（一癸巳卯　一亢氐卯）又有相對
之距緯諸綫亦成句股二（一張井卯　一房庚卯）四者皆形相似
而比例等
一斜立面有黄赤距度諸綫成句股二（一丙辛卯　一子甲卯）又有
相對之大距度諸綫亦成句股二（一斗亥卯　一壁室卯）四者皆
形相似而比例等

論曰斜平面平面立面斜立面各具四句股而並為相似之形者皆以一大句股截之成四也其股與弦並原線而所截之句又平行其比例不得不等

一內外兩方直形一在渾員形內即郭法所用乃黃道及距緯兩正弦所成一在渾員形外乃赤道及大距兩切線所成有平立諸線為各相似相連句股形之句亦即為相似兩方錐之底而比例等

一不內不外兩方直形一跨黃道內外乃赤道正弦及距緯切線所成一跨赤道內外乃黃道切線及大距正弦所成有平立諸線為各相似相連句股形

之句亦即為相似兩方錐之底而比例等

論曰方錐眡體以平行之底横截之即四種方直形皆方錐之底成大小四方錐其錐體之頂鋭卯與其四稜皆不動所截之底又平行故其比例相似而等

又論曰黄道在斜平面赤道在平面而其綫互居者以方直形故也大距度在立面距緯度在斜立面而其綫畢具者亦以方直形故也蓋形既方直則横綫直綫兩兩相對而等

綫

一丙張小股　二丙卯小弦　三子房大股　四子卯大弦

又更之距緯割綫與黄道半徑若赤道正弦與黄道正弦

一子卯大弦　二丙卯小弦　三子房大股　四丙張小股

右取斜平面張丙卯房子卯二句股形以丙卯半徑偕一割綫兩正弦而成四率

黄道半徑與黄道切綫若大距割綫與赤道切綫

用法

斜平面比例

黃道半徑與黃道正弦若距緯割綫與赤道正弦

一	半徑	丙卯小弦
二	黃道正弦	丙張小股
三	距緯割綫	子卯大弦
四	赤道正弦	子房大股

更之黃道正弦與黃道半徑若赤道正弦與距緯割

斜平面四率圖一

右取斜平面斗癸卯壁亢卯二句股形以癸卯半徑偕一割綫兩切綫而成四率

平面比例

赤道半徑與赤道正弦若距緯餘弦與黄道正弦

一　半徑　甲卯大弦

二　赤道正弦　甲庚大股

三　距緯餘弦　辛卯小弦

四　黄道正弦　辛井小股

平面四率圖一

甲 辛 赤道 赤道正弦 同黄道正弦 距緯餘弦 半徑 氐 庚 井 卯

一半徑　癸卯小句

二黄道切綫　癸斗小股

三大距割綫　亢卯大句

四赤道切綫　亢壁大股

斜平面四率圖二

更之黄道切綫與黄道半徑若赤道切綫與大距割綫

一癸斗小股　二癸卯小句　三亢壁大股　四亢卯大句

又更之大距割綫與黄道半徑若赤道切綫與黄道切綫

一亢卯大句　二癸卯小句　三亢壁大股　四癸斗小股

一　半徑　氐卯大句

二　赤道切綫　氐室大股

三　大距餘弦　巳卯小句

四　黃道切綫　巳亥小股

平面四率圖二

更之赤道切綫與黃道切綫若半徑與大距餘弦

一氐室大股　二氐卯大句　三巳亥小股　四巳卯小句

又更之大距餘弦與赤道半徑若黃道切綫與赤道切綫

一巳卯小句　二氐卯大句　三巳亥小股　四氐室大股

更之赤道正弦與赤道半徑若黃道正弦與距緯餘弦

一甲庚大股　二甲卯大弦　三辛井小股　四辛卯小弦

又更之距緯餘弦與赤道半徑若黃道正弦與赤道正弦

一辛卯小弦　二甲卯大弦　三辛井小股　四庚甲大股

右取平面井辛卯庚甲卯二句股形以甲卯半徑偕一餘弦兩正弦而成四率

赤道半徑與赤道切綫若大距餘弦與黃道切綫

更之大距正弦與黄道半徑若距緯正弦與黄道餘弦

一癸巳大股　二癸卯大弦　三張井小股　四張卯小弦

又更之黄道餘弦與黄道半徑若距緯正弦與大距正弦

一張卯小弦　二癸卯大弦　三張井小股　四癸巳大股

右取立面巳癸卯井張卯二句股形以癸卯半徑偕

一餘弦兩正弦而成四率

赤道半徑與大距切綫若赤道餘弦與距緯切綫

右取平面亥巳卯室氐卯二句股形以氐卯半徑偕一餘弦兩切線而成四率

立面比例

黃道半徑與大距正弦若黃道餘弦與距緯正弦

一	半徑	癸卯大弦
二	大距正弦	癸巳大股
三	黃道餘弦	張卯小弦
四	距緯正弦	張井小股

立面四率圖一

右取立面房庚卯亢氐卯二句股形以氐卯半徑偕一餘弦兩切線而成四率

斜立面比例

黃道半徑與距緯正弦若黃道割綫與大距正弦

一	半徑	丙卯小弦
二	距緯正弦	丙辛小股
三	黃道割綫	斗卯大弦
四	大距正弦	斗亥大股

斜立面四率圖一

一　半徑　氐卯大句

二　大距切綫　氐亢大股

三　赤道餘弦　庚卯小句

四　距緯切綫　庚房小股

立面四率圖二

更之大距切綫與赤道半徑若距緯切線與赤道餘弦

一氐亢大股　二氐卯大句　三庚房小股　四庚卯小句

又更之赤道餘弦與赤道半徑若距緯切綫與大距切線

一庚卯小句　二氐卯大句　三庚房小股　四氐亢大股

一半徑　甲卯小句

二距緯切綫　甲子小股

三赤道割綫　室卯大句

四大距切線　室壁大股

更之距緯切線與赤道半徑若大距切線與赤道割線

一甲子小股　二甲卯小句　三室壁大股　四室卯大句

又更之赤道割綫與赤道半徑若大距切綫與距緯切線

斜立面四率圖二

更之距緯正弦與黄道半徑若大距正弦與黄道割綫

一丙辛小股　二丙卯小弦　三斗亥大股　四斗卯大弦

又更之黄道割線與黄道半徑若大距正弦與距緯正弦

一斗卯大弦　二丙卯小弦　三斗亥大股　四丙辛小股

右取斜立面辛丙卯亥斗卯二句股形以丙卯半徑偕一割線兩正弦而成四率

赤道半徑與距緯切線若赤道割綫與大距切線

一 黄道正弦 井辛小句
二 距緯正弦 張井小股
三 赤道切線 氐室大句
四 大距切線 亢氐大股

方直形
四率圖
一

更之距緯正弦與黄道正弦若大距切線與赤道切線
一張井小股 二井辛小句 三亢氐大股 四氐室大句
又更之赤道切線與大距切線若黄道正弦與距緯正弦

一室卯大句　二甲卯小句　三室壁大股　四甲子小股

右取斜立面子甲卯壁室卯二句股形以甲卯半徑倍

一割線兩切綫而成四率

以上方錐形之四面每面有大小四句股形即各

成四率比例者六合之則二十有四並以兩弧求

一弧而不言角

方直形比例

黄道正弦與距緯正弦若赤道切線與大距切綫

一赤道正弦　庚甲小句

二距緯切綫　房庚小股

三黄道切綫　巳亥大句

四大距正弦　癸巳大股

方直形四率圖二

更之距綫切綫與赤道正弦若大距正弦與黄道切綫

一房庚小股　二庚甲小句　三癸巳大股　四巳亥大股

又更之黄道切綫與大距正弦若赤道正弦與距緯切綫

一氐室大句　二亢氐大股　三井辛小句　四張井小股

再更之大距切綫與赤道切綫若距緯正弦與黄道正弦

一亢氐大股　二氐室大句　三張井小股　四井辛小句

右取渾體内所容方直形上黄道及距緯兩正弦偕渾體外所作方直形上赤道及大距兩切綫而成四率

赤道正弦與距緯切綫若黄道切綫與大距正弦

凡句股方錐形所成之四率比例共三十有二皆不言角内四率中有半徑者二十四並兩弧求一弧四率中無半徑者八以三弧求一弧其不言角則同

問各面之句股形並以形相似而成比例若方直形所用皆各形之大小句然不同居一面又非相似之形何以得相為比例曰句股形一居平面一居立面而能相比例者以有稜線為之作合也何以言之如亢卯割綫為方錐形之一稜而此綫既為斜平面句股形壁亢之卯

一巳亥大句　二癸巳大股　三庚甲小句　四房庚小股
再更之大距正弦與黄道切綫若距緯切綫與赤道正弦
一癸巳大股　二巳亥大句　三房庚小股　四庚甲小句
右取方直形上黄道切綫大距正弦偕又一方直形
上赤道正弦距緯切線而成四率
以上大小方錐形之底各成方直形而兩兩相偕
即各成四率比例者四合之則八並以三弧求一
弧而不言角

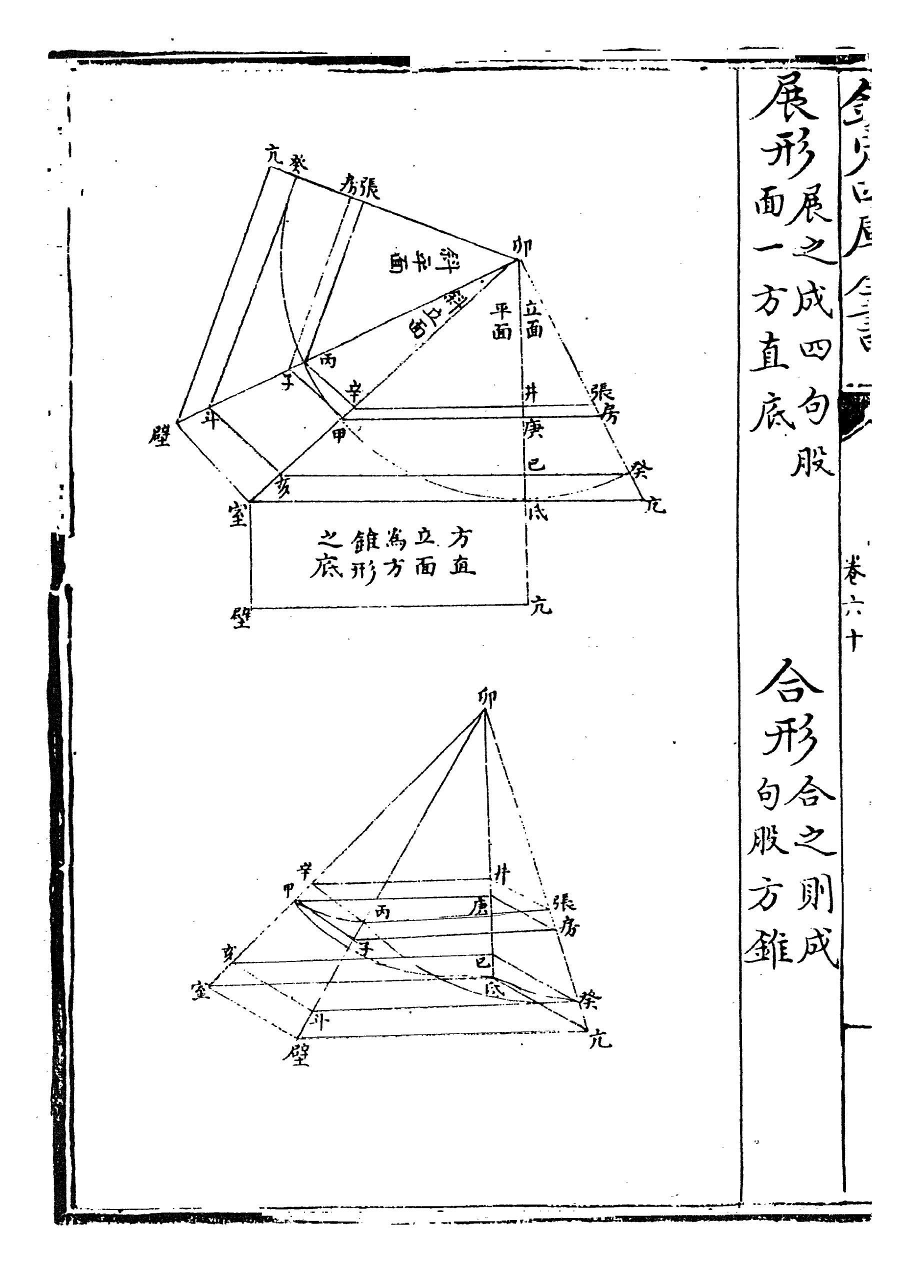
一惟亢壁室氐直形因平視而得正形其壁卯棱綫則成壁氐而斜界於對角分直方形為兩句股形矣又其分截之三方直形亦以平視得正形亦各以棱綫分為兩句股而大小相疊成相似之形而比例等矣

如圖亢氐室壁長方以壁氐綫成兩句股而張井辛丙長方即張氐辛丙亦以丙卯綫即丙井亦即丙氐成兩句股並形相似則

股又即為立面句股形（氐亢卯）之弦故其比例在斜平面為亢卯與張卯若亢壁與張丙也而在立面為亢卯與張卯若亢氐與張井也合而言之則亢壁與張丙亦若亢氐卯與張井餘倣此

問此以方直相比非句股本法矣曰亦句股也試平置方錐（以方底著地使卯銳直指天頂而卯氐棱綫正立如垂）而從其卯頂俯視之則卯井庚巳氐棱綫上分段之界因對視而成一點亢卯棱線與亢氐線相疊室卯綫與室氐相疊皆脗合為

展形展之成四句股面一方直底



合形合之則成句股方錐

亢壁與張丙若亢氐與張井張井即張氐又癸巳亥斗長方即癸氐亥斗以斗卯綫即斗巳又即斗氐成兩句股而房庚甲子長方即房氐甲子亦以子卯綫即子庚又即子氐成兩句股而形相似則癸斗與房子若癸巳與房庚癸巳與房庚即癸氐與房氐

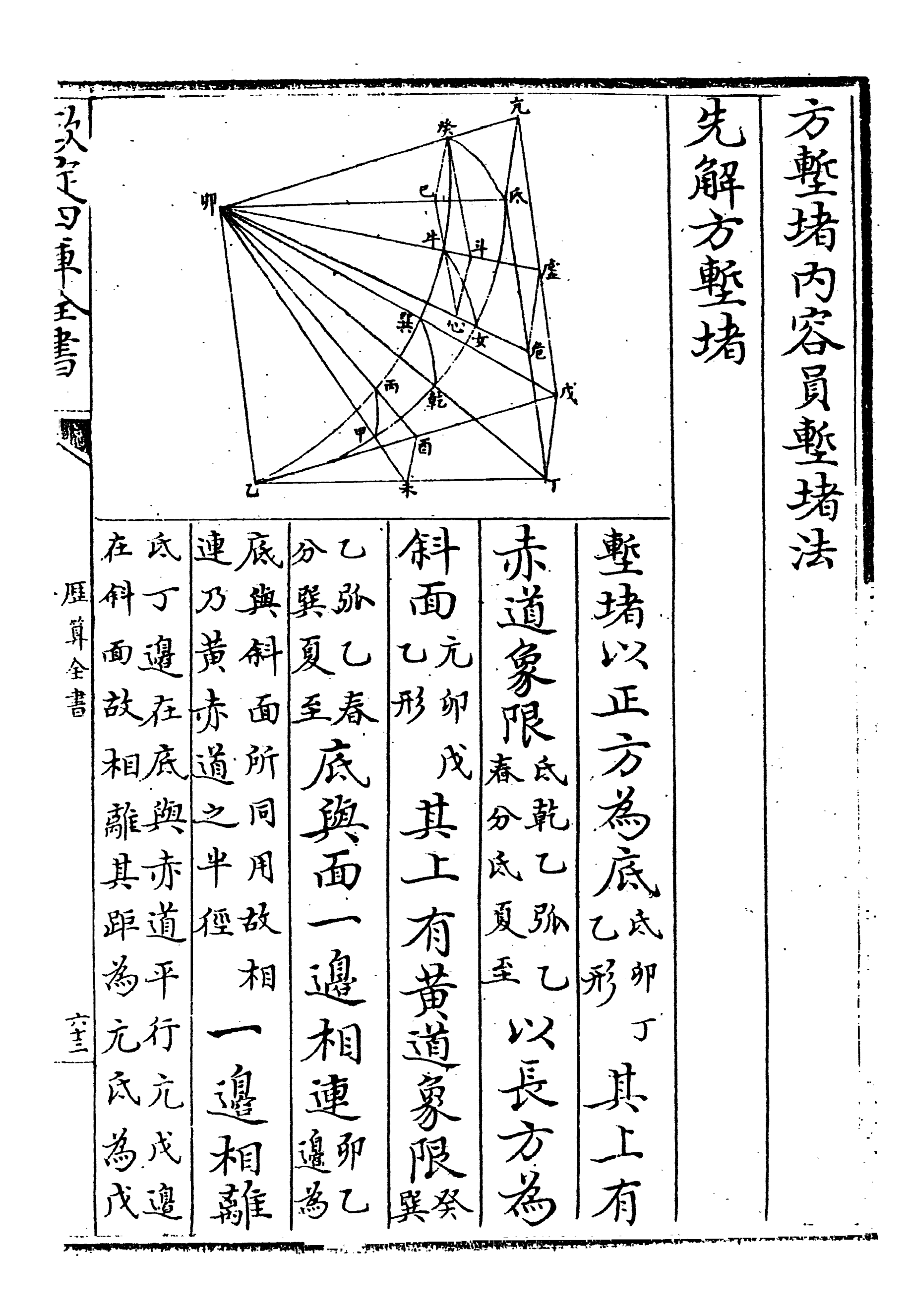
作方直儀法即句股立方錐

法以堅楮依黃赤大距二十三度半畫成立面再任設赤道距至度畫成平面再依法畫距緯斜立面及黃道距至度斜平面并方直底然後依棱摺輳即渾員上各綫相為比例之故了然共見任指黃道或赤道之距至一弧為式即各弧可知其所用距至弧或在至前或在至後或冬至或夏至並同一理

丁皆大距度癸氐弧之切線其形似斧從斜面作戊卯對角線切至底戊丁卯對角線于底分壍堵為兩則赤道為兩平分赤道平分丁乾乾乙距春分乾氐距夏至各得四十五度而黃道為不平分黃道分於巽則巽乙距春分四十七度二十九分弱而巽癸距夏至四十二度三十一分強於是黃道切線戊乙與大距度割線亢卯等而方壍堵之形以戊亢卯為大距二十三度三十一分半之割線其數一〇九〇六五五戊乙為黃道四十七度二十九分之切線其數亦一〇九〇六五五兩數既同故能作長方斜面而成壍堵乃黃道求赤道用兩切線之所賴也若赤道求黃道則反用其率

方塹堵内容員塹堵法

先解方塹堵



塹堵以正方為底氐卯丁乙形其上有赤道象限氐乾乙弧乙春分氐夏至以長方為斜面亢卯戊乙形其上有黄道象限癸巽乙弧乙春分巽夏至底與面一邉相連卯乙邉為底與斜面所同用故相連乃黄赤道之半徑一邉相離氐丁邉在底與赤道平行亢戊邉在斜面故相離其距為亢氐為戊

法曰自黃道四十七度二十九分以前用正切是立面句股比例戊丁乙句股比例即亢氐卯或用癸巳卯皆大句股也其酉未乙則爲小句股

一 戊乙即巽乙黃道之切線而與大距割線亢卯等 癸卯黃道半徑 大弦

二 丁乙即乾乙赤道之切線而與赤道半徑氐卯等 巳卯大距餘弦 大句

三 酉乙丙乙黃道之正切 小弦

四 未乙甲乙赤道之正切 小句

右黃道求赤道爲以弦求句

一 赤道半徑氐卯 大句

二　大距割線亢卯　大弦

三　赤道切線未乙甲乙赤道　小句

四　黄道切線酉乙丙乙黄道　小弦

右赤道轉求黄道為以句求弦

自黄道四十七度二十九分以後用餘切是斜平面句股比例斜面亢虛卯為大句股癸斗卯為小句股在平面則為氐危卯大句股巳心卯小句股

一　黄道半徑癸卯　小股

二　大距割線亢卯　大股

三　黄道餘切癸斗　小句　斗乙黄道其餘弧斗癸

四　赤道餘切亢虚　大句　女乙赤道其餘弧女氐

右黄道求赤道為以股求句

一　赤道半徑氐卯　大股

二　大距餘弦巳卯　小股

三　赤道餘切危氐即亢虚　大句　女氐即女乙赤道之餘

四　黄道餘切心巳即癸斗　小句　斗癸即斗乙黄道之餘

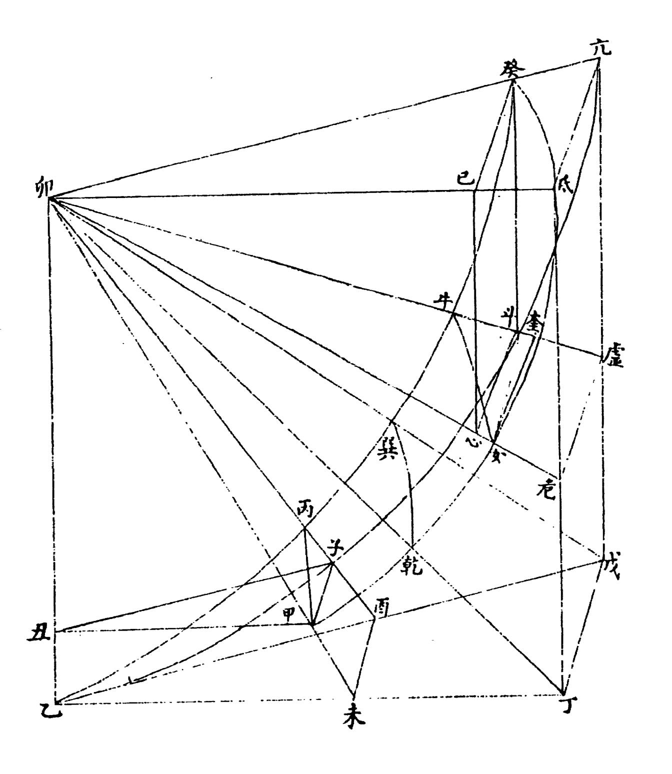
右以赤道轉求黄道亦為以股求句

論曰赤道求黄道用句股于赤道平面即郭太史員容方直之理但郭法起二至則此所謂餘弧乃郭法之正弧又郭法只用正弦而此用切線為差别耳

又論曰正切線法亦可用于半象限以上餘切線亦可用于半象限以下此因方塹堵之底正方則所用切線至方角而止故各用其所宜云半象限者主赤道而言若黄道以四十七度二十九分為斷一平一斜故其比例如弦與句

又論曰正切線法即句股錐形也餘切線法即句股方

圜塹堵圖一



錐也以對角斜線分塹堵為兩成此二種錐形遂兼兩法

次解員塹堵

方塹堵內容割渾員之分體以癸牛丙乙黃道為其斜面之界以氐女甲乙赤道為其底之界而以癸氐大距弧及牛女丙甲等逐度距弧為其高高之勢曲抱如渾員之分斜面平面皆為平員四之一（其高自癸氐大距漸殺至春分乙角而合為一點）

員塹堵者雖亦在方塹堵之內然又在所容割渾員分體之外與割渾員體同底亦以赤道為界而不同面其

面自乙春分過子過奎至亢其形卯乙短而亢卯長如割平橢員面四之一其橢員邊之距心皆以逐度距緯（如丙甲斗女等）之割線所至為其界（如卯子為丙甲距弧割線卯奎為斗女距弧割線之）類而以逐度距緯之切線為其高（如子甲為丙甲距弧切線奎女為斗女距弧切線之類）

法以赤道為圜作員柱置渾員在員柱之內對赤道橫剖之則所剖員柱之平員底即赤道平面也又自夏至依大距二十三度三十分半之切線為高斜對春秋分

剖至心則黃道半周在所剖之斜面矣

然黃道半周雖在所剖斜面而黃道自為半平員所剖斜面則為半橢員黃道平員在橢員內兩端同而中廣異兩端是二分如乙為平橢同用之點中廣是夏至如黃道癸在橢面亢之內其距為癸亢此員塹堵之全體也

於是又從亢癸對卯心直剖到底則成員塹堵之半體即方塹堵所容也此員塹堵斜面之高俱為其所當距緯弧之切線渾員上弧三角法以距緯切線與赤道平

面之正弦相連為句股而生比例是此形體中所具之理

此塹堵體與前圖同惟多一亢奎子乙㭰弧以此為㭰員界立剖至底令各度俱至赤道而去其外方則成員塹堵真體

此員塹堵為用子甲丑句股形之所賴子甲為距弧切線甲丑為赤道正弦也又子甲如股甲丑如句法為子甲與甲丑若亢氐與氐卯

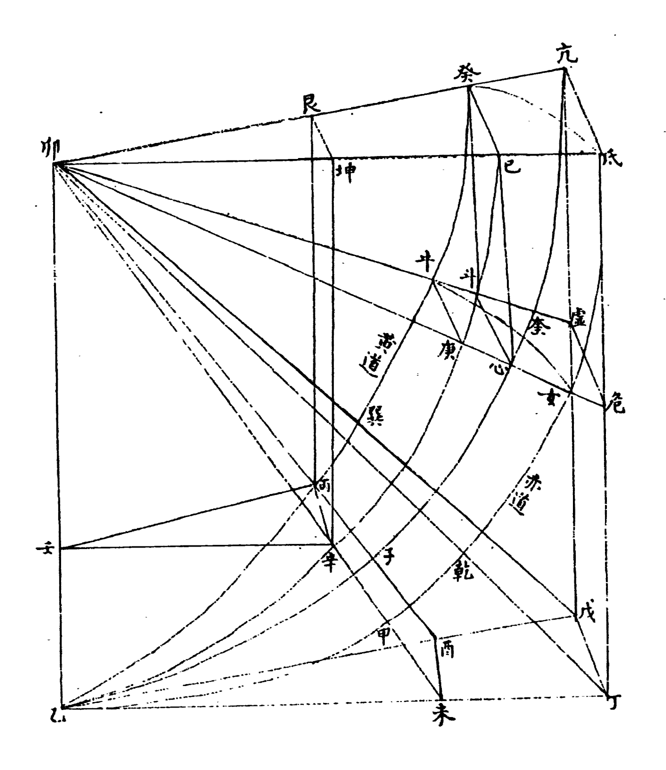
前圖為從心瞡邉此為從邉瞡心蓋因欲顯圓壍堵内方直形故為右觀之象與前圖一理惟多一巳庚辛乙撱弧前圖亢奎子乙撱弧在黄道斜面此圖巳庚辛乙撱弧在赤道平面

員壍堵有二

若自斜面之黄道象限直剖至赤道平面亦成員壍堵象限然又在剖渾員體分之内其體以斜面為正象限但斜立耳其底在赤道者轉成撱員

此撱員形在赤道象限之内惟乙點相連此即簡平儀

圓塹堵圖二



之理

其牆之法則以卯乙半徑為大徑癸氐距弧之餘弦卯乙為小徑小徑當二至大徑當二分與前法正相反然其比例等何也割線與全數若全數與餘弦也

此員塹堵以牆形為底象限為斜面以距度逐度之正弦為其髙乃黄道距緯相求用兩正弦之所頼也

此員塹堵内又容小方塹堵乃郭太史所用員容方直也

渾員因斜剖作角而生比例成方員塹堵形其角自〇度一分以至九十度凡五千四百則方員塹堵亦五千四百矣乙角以春分為例則其度二十三度半强其實自一分至九十度並得為乙角合計之則五千四百

每一塹堵依度對心剖之成立句股錐及方句股錐之眂體自〇度一分至大距止亦五千四百

以五千四百自乘凡二千九百一十六萬而渾員之體之勢乃盡得其比例烏呼至矣

每度分有方塹堵方塹堵內函赤道所生橢體赤道橢體內又函黃道所生橢體黃道橢體內又函小方塹堵每度分有此四者則一象限內為五千四百者四共二萬一千六百以乙角五四○○乘之則一一六六四○○○○

每度有正有餘對心斜分則正度成句股錐餘度成方底句股錐之眡體一象限凡四萬三千二百以五四○○乘之則二三三二八○○○○

附焉蓋理得數而彰數得圖而顯圖得覶而真草野無諸儀象藉兹以自釋其疑不敢自私故以公之同好云爾（句股錐形是以西法通國法句股方錐形是以郭法通西法今此簡法是專解郭法而兩法相同之故自具其中）

員容方直簡法序

古未有預立算數以盡句股之變者有之自西洋八綫表始古未有作為儀器以寫渾員內句股之形者自愚所撰立三角始立三角之儀分之曰句股錐形曰句股方錐形合之則成塹堵形其稱名也小其取類也大徑寸之物以狀渾員而弧三角之理如指諸掌即古法之通於弧三角者亦如指諸掌矣雖然猶無解於古法之不用割切也故復作此簡法以互徵之而授時歷三圖

癸乙為弦大距度正弦巳癸為股大距度餘弦巳乙為句其一小句股形壬乙戊以黃道餘弦壬乙為弦距緯正弦壬戊為股楞線戊乙為句

一平面句股赤道上度分所成

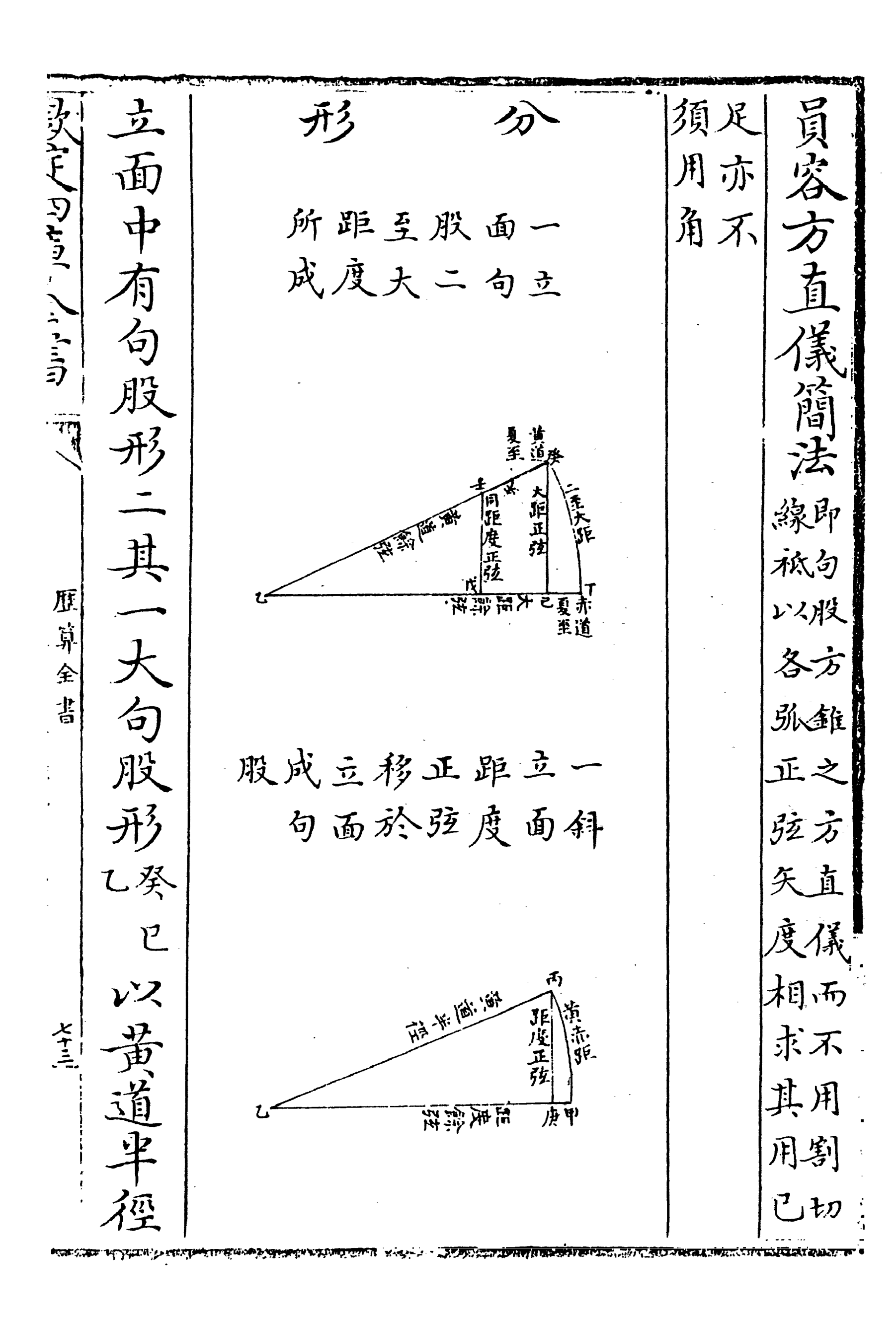
一斜平面黃道正弦移於赤道成句股

員容方直儀簡法即句股方錐之方直儀而不用割切綫祇以各弧正弦矢度相求其用已足亦不須用角

分形

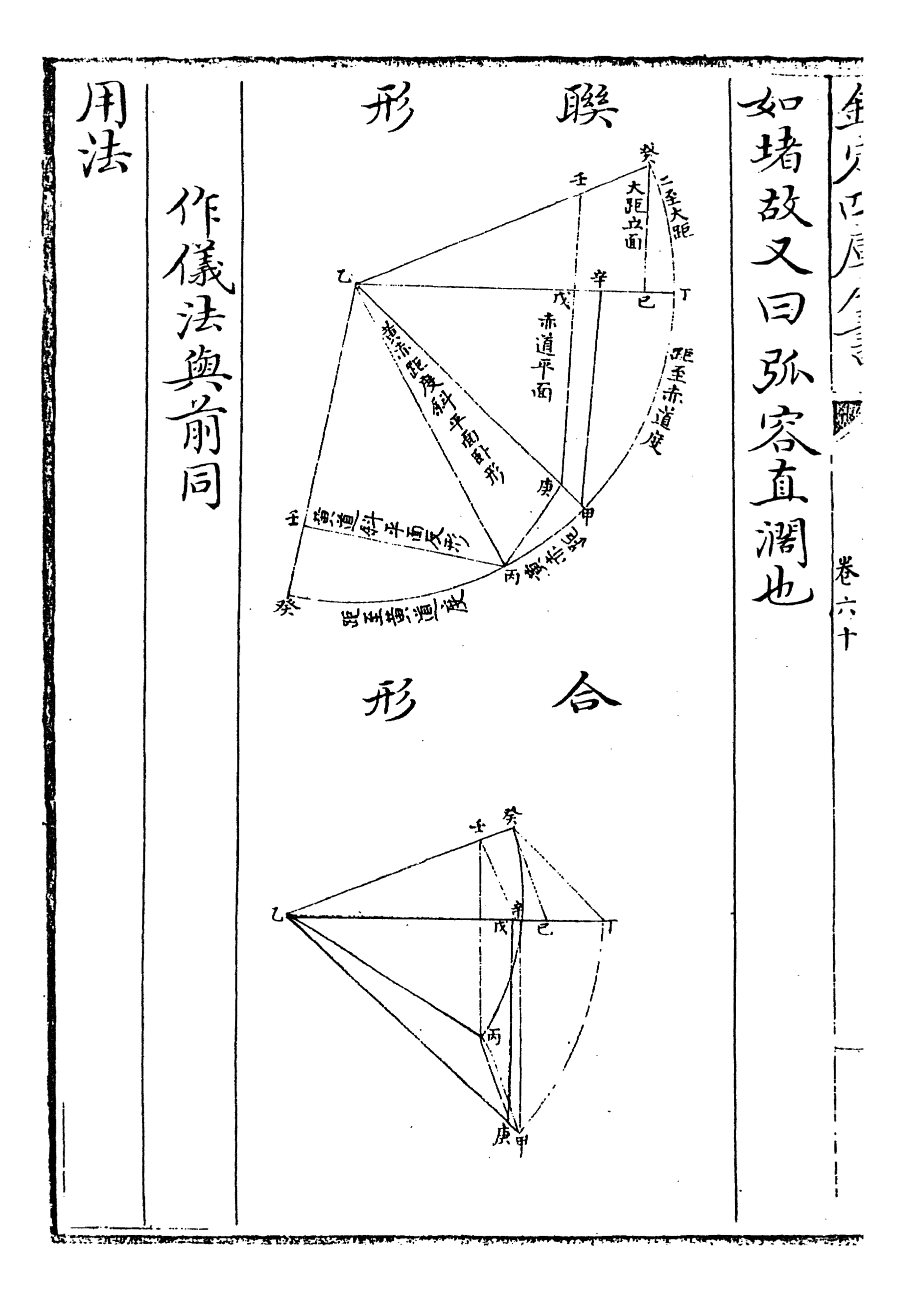
一立面句股二至大距度所成

一斜立面距度正弦移於立面成句股



立面中有句股形二其一大句股形癸巳乙以黃道半徑

如堵故又曰弧容直濶也



作儀法與前同

用法

平面中亦有句股形二其一小句股形庚戊乙以距緯丙甲之餘弦庚乙為弦以黃道正弦戊庚為股楞綫戊乙為句其一大句股形甲乙以赤道半徑甲乙為弦以赤道正弦甲辛為股赤道餘弦辛乙為句戊乙線于弧度無取然平立二形並得此補成句股謂之楞線

丙　黃道正弦　壬
距度正弦　同距度正弦
庚　同黃道正弦　戊

黃道正弦本在斜平面而能移于平面者有相望兩立線丙庚壬戊為之限也距度正弦本在斜立面而能移於立面者有上下兩橫線丙壬庚戊為之限也此四線兩立兩橫相得成長方其立

三　距緯餘弦　庚乙　三　半徑　三　黃道正弦

四　黃道正弦　庚戊　四　赤道正弦　四　距緯餘弦

有大距有黃道而求距緯　更之可求大距　反之可求黃道

一　半徑　癸乙　一　黃道餘弦　一　大距正弦

二　大距正弦　癸巳　二　距緯正弦　二　半徑

三　黃道餘弦　壬乙　三　半徑　三　距緯正弦

四　距緯正弦　壬戊　四　大距正弦　四　黃道餘弦

有赤道有距緯而求黃道　更之可求赤道　反之可求距緯

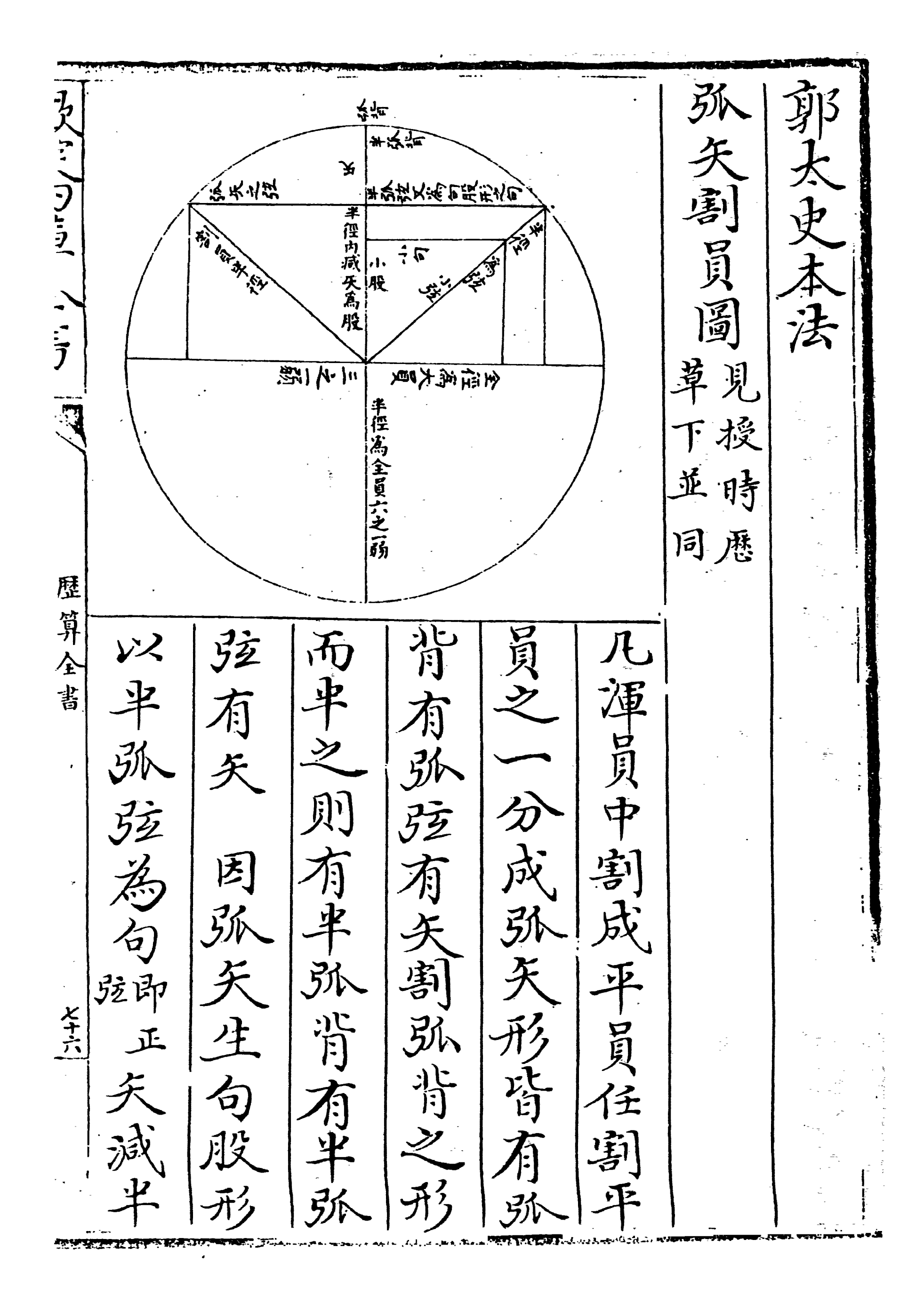
一　半徑　甲乙　一　距緯餘弦　一　赤道正弦

二　赤道正弦　甲辛　二　黃道正弦　二　半徑

徑之餘為股即餘弦　半徑則常為弦　句股内又成小句股則有小句小股小弦而大小可以互求或立或平可以互用平視側視二圖皆從此出

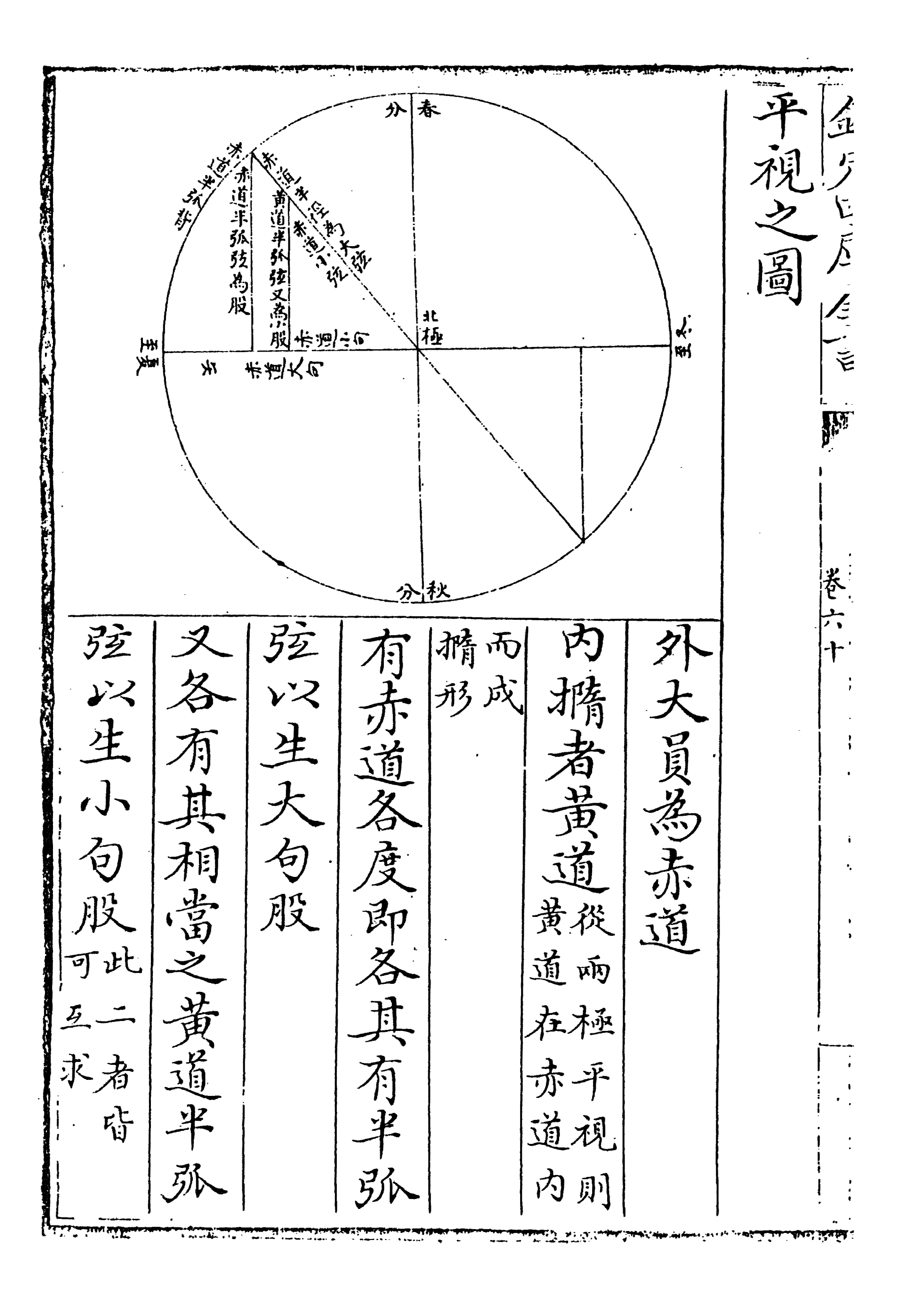
郭太史本法

弧矢割員圖 見授時歷草下並同



凡渾員中割成平員任割平員之一分成弧矢形皆有弧背有弧弦有矢割弧背之形而半之則有半弧背有半弧弦有矢　因弧矢生句股形以半弧弦爲句即正弦矢減半

平視之圖



外大員為赤道

內橢者黃道（從兩極平視則黃道在赤道內而成橢形）

有赤道各度即各其有半弧弦以生大句股

又各有其相當之黃道半弧弦以生小句股（此二者皆可互求）

側視之圖

橫者為赤道（赤道一規因旁視如一直線黃道同）

斜者為黃道

因二至黃赤之距成大句股（即外圈）

因各度黃赤之距成小句股

為大股乘之為實黃赤道大弦為法除之解見前得黃赤道小股即立面平面兩小句股同用之楞線在立面與大股相比故稱小股置黃道半弧弦即黃道正弦也原法以黃道矢求半背弦差減黃道度得之自乘為股冪黃赤小股自乘為句冪即楞綫也先在立面為小句股之股今又為平面句股形之句故其冪稱句冪兩冪并之為實開平方法除之為赤道小弦即各度黃赤距度餘弦也周天半徑為平面大句股之弦故稱大弦則此為小句股弦當稱小弦置黃道半弧弦以周天半徑乘之為實赤道小弦為法除之得赤道半弧弦即赤道正弦也原法求半背弦差以加半弧弦得赤道令省

授時歷求黃赤內外度及黃赤道差法

置黃道矢本法用帶從三乘方求各度矢去減周天半徑即立面黃道半徑餘為黃赤道小弦即黃道餘弦也半徑為大弦故此為小弦置黃赤道小弦以二至內外半弧弦即二至大距度正弦當時實測為二十三度九十分乘之為實黃赤大弦即周天半徑以其為立面大句股之弦故稱大弦為法除之得黃赤道內外半弧弦即各度黃赤距度正弦也原法以矢度度半背弦差加入半弧弦得內外半弧背今省

又置黃赤道小弦以黃赤道大股即二至內外度餘弦也在立面大句股形

論曰弧矢割員者平員法也以測渾員則有四用一曰立弧矢勢如張弓以量黄赤道二至內外度即側立圖也一曰平弧矢形如伏弩以量赤道即平視圖也一曰斜弧矢與平弧矢同法而平面邉高邉下其度起處如二至內外之度以量黄道即平視圖中小句股也一曰斜立弧矢與立弧矢同法而其立稍偏以量黄赤道各度之内外度即側立圖中小句股也自離二至一度起至近二分一度止一象限中逐度皆有之但皆小於二

至之距邢臺郭太史弧矢平立三圖中具此四法即弧三角之理無不可通言簡而意盡包舉無窮好古者所當瑶愛而潛翫也

又論曰割員之算始于魏劉徽至劉宋祖冲之父子尤精其術唐宋以算學設科古書猶未盡亡邢臺葢有所本厥後授時歷承用三百餘年未加修改測算之講求益稀學士大夫既視為不急之務而臺官株守成法鮮諳厥故驟見西術羣相駭詫而不知舊法中理本相同

也疇人子弟多不能自讀其書又忌人之讀而各私其本久之而書亦不可問矣攷元史歷成之後所進之書凡百有餘卷郭守敬傳有修改源流及測驗等書齊履謙傳有經串演撰諸書明歷法之所以然令其存軼並不可攷良可浩嘆然天下之人豈無有能藏弆遺文以待後學者庶幾出以相證予於斯圖之義類多通而深有望於同志矣

問元初有回回歷法與今西法大同小異邪臺蓋會通其說而為之故其法相通若是與曰九章句股作於隸

首為測量之根本三代以上學有專家大司徒以三物教民而數居六藝之一秦火以後吾中土失之而彼反存之至於流遠派分遂以各名其學而不知其本之同也況東西共戴一天即同此句股測員之法當其心思所極與理相符雖在數萬里不容不合亦其必然者矣攷元初有西域人進萬年歷未經試用迨明洪武年間始命詞臣吳伯宗西域大師馬沙亦黒等譯回回歷書三卷然亦粗具筭法立成並不言立法之原究竟不知

其所用何法或即令三角八綫或更有他法俱無可攷雖其子孫莫能言之攷元史所載西域人晷影堂諸製與郭法所用簡儀高表諸器無一同者或測量之理觸類增智容當有之然未見其有會通之處也徐文定公言回回歷緯度淩犯稍為詳密然無片言隻字言其立法之故使後来入室無因更張無術蓋以此也又據歷書言新法之善係近數十年中所造則亦非元初之西法矣而與郭圖之理反有相通豈非論其傳各有本末

而精求其理本無異同耶且郭法用員容方直起算冬至西法用三角起算春分郭用三乘方以先得矢西用八綫故先得弦又西專用角而郭只用弧西兼用割切而郭只用弦種種各别而不害其同有所以同者在耳且夫數者所以合理也歴者所以順天也法有可采何論東西理所當明何分新舊在善學者知其所以異又知其所以同去中西之見以平心觀理則弧三角之詳明郭圖之簡括皆足以資探索而啓深思務集衆長以

觀其會通毋拘名相而取其精粹其於古聖人創法流傳之意庶幾無負而羲和之學無難再見於今日矣

十度之正弦即半徑與丙丁弧之正弧即庚角正弦若庚辰正弦與辰辛正弦是以大句股之例例小句股也又丙丁弧之割線即庚角割線與庚丁九十度之正弦亦即半徑凡角度所當弧其兩邊並九十度若庚辰之切線與庚辛之切線亦是以大句股之例例小句股也

既補成辰辛巳三角形可求巳角而巳角之度為乙甲是求巳角者實求乙甲也其法辛巳弧之正弦與辰辛弧之切線若巳甲象弧之正弦即半徑與乙甲弧之切線

角即弧解

問古法只用弧而西法用角有以異乎曰角之度在弧

故用角實用弧也何以明其然也假如辰庚巳三角形有庚鈍角有巳庚辰庚二邊欲求諸數依垂弧法于不知之辰角打線先補求辰辛及辛庚成辰辛庚三角虛形此必用庚角以求之而庚角之度為丙丁是用庚角者實用丙丁也其法庚丙九

股也

其一辰辛己分形以庚辛減己庚得己辛有辰辛己辛二邊可求

己角而己角之度為乙甲求己角實求乙甲也法為己

辛之正弦與辰辛之切線若己甲象弧之正弦即半徑與

乙甲弧之切線即己角切線是以小句股例大句股也

十系　用角求弧是以大句股比例比小句股用弧求

角是以小句股比例比大句股

歷算全書卷六十

即巳角切線是以小句股例大句股也

又如巳辰庚形庚為銳角當自不知之辰角打線分為

二形以求諸數其一辰辛庚分形先用庚角而庚角之度為丙丁用庚角實用丙丁也法為丙庚象弧之正弦即半徑于丙丁弧之正弦即庚角正弦若辰庚之正弦與辰辛之正弦又丙庚象弧之正弦即半徑與丙丁弧之餘弦即庚角餘弦若辰庚之切線與辛庚之切線是以大句股例小句